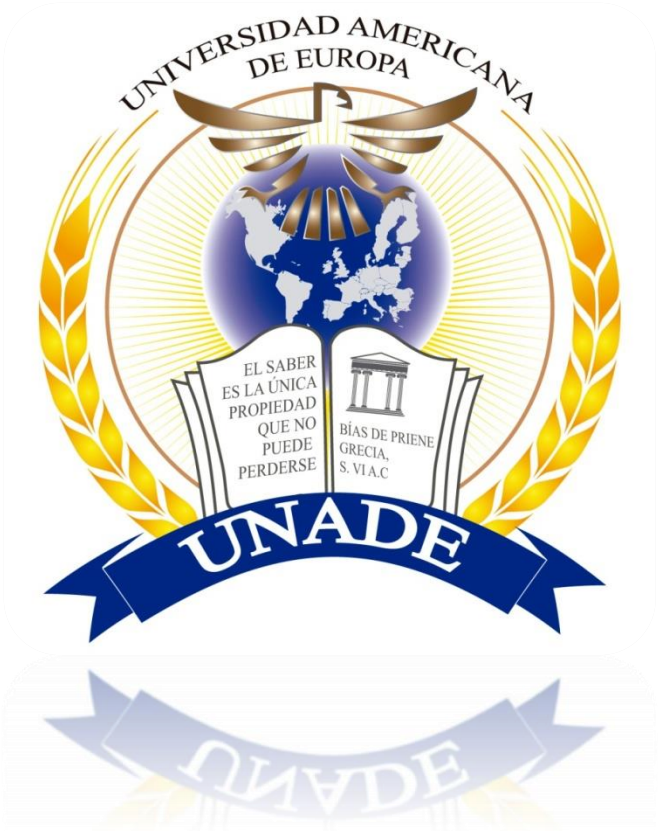


Maestría en educación

Trabajo Fin de Maestría

USO DE “GEOGEBRA” PARA MEJORAR EL RENDIMIENTO DE ÁLGEBRA LINEAL EN ESTUDIANTES DE NIVEL BACHILLERATO.

AUTOR: Ray Rodrigo Cedeño Menéndez

Manta, Manabí, Ecuador.

PROFESOR: Dr. Vladimir Valdez Trejo

Diciembre, 2021.

Resumen

El objetivo de este estudio fue realizar un análisis del uso de *software* de geometría dinámica (GeoGebra) como mecanismo de mejora del proceso de enseñanza aprendizaje de la asignatura de Matemáticas. En este estudio, se empleó un diseño cuasi-experimental y estadístico.

Este estudio se realizó con 38 estudiantes de los cursos de tercero de bachillerato sección vespertina de la Unidad Educativa Fiscal "Tarqui" durante el segundo semestre del año lectivo 2021 – 2022. Se realiza un test de comprensión de contenidos a los estudiantes que contienen 5 ejercicios de opción múltiple. Este test se aplicó al principio y al final de la Instrucción y posterior a ello se hizo una comparación de los resultados. Se realizó una encuesta a través de la aplicación Google Forms donde los estudiantes expresaron sus capacidades adquiridas con el uso de la aplicación.

La enseñanza impartida a través del *software* GeoGebra para estudiantes de tercer año de bachillerato se realizó con respecto a Ecuaciones vectorial y paramétrica de rectas en el espacio, con el análisis de los datos concluyó que mejoró significativamente la comprensión del contenido así mismo sus habilidades de atención, comparación entre los dos tipos de enseñanza.

PALABRAS CLAVE: *Software* GeoGebra, Matemáticas, Ecuaciones vectoriales.

Abstract

The objective of this study was to perform an analysis of the use of dynamic geometry *software* (GeoGebra) as a mechanism to improve the teaching-learning process of the Mathematics subject. In this study, a quasi-experimental and statistical design was used.

This study was made with 38 students from the third year high school courses of the Fiscal Education Unit "Tarqui" during the second semester of the 2021 - 2022 school year. I did a content comprehension test to the students that contain 5 multiple choice exercises. This test was applied at the beginning and at the end of the Instruction and after that a comparison of the results was made. A survey was conducted through the Google Forms application where the students expressed their abilities acquired with the use of the application.

The teaching given through the GeoGebra *software* for third year high school students, it done with respect to vector and parametric equations of lines in space, with the analysis of the data, it was concluded that the understanding of the content significantly improved, as well as their attention skills. , comparison between the two types of teaching.

KEY WORDS: GeoGebra *Software*, Mathematics, Vector equations.

Dedicatoria

Con mucho cariño dedico esta tesis.

A mi familia, a mi esposa Cecilia Cevallos, que con su amor y paciencia siempre me ha estado apoyando en este proceso, a mis hijos Dylan y Damián que han sido mi fuente de inspiración para ser siempre mejor, y superarme día a día.

A mis padres, Carlos Cedeño y Matilde Menéndez por darme su apoyo incondicional a conseguir mis objetivos, ser mi aliento y haber sido mi soporte durante estos estudios y a lo largo de mi vida.

A mis compañeros de trabajo, quienes ante cada dificultad han mostrado su mano amiga listos para apoyarme en la consecución de este objetivo.

Agradecimientos

Mis agradecimientos sinceros a quienes me apoyaron en cada momento en la realización de mi maestría, de manera especial a mi Dios creador, que me ha puesto en este lugar y momento dándome fuerzas para poder superarme día con día.

Agradezco a mi esposa Cecilia que me motivó y aportó con ideas en la consecución de mi objetivo, siempre apoyando y velando por mi bienestar profesional.

Así mismo a mis padres que siempre de manera insistente estaban pendientes del avance de mi proceso académico.

CONTENIDOS

Resumen ii

Abstract iii

Dedicatoria iv

Agradecimientos v

Capítulo 1. Marco introductorio 1

1.1. Problema de investigación 2

1.2. Justificación 2

Capítulo 2. Marco teórico 4

2.1. Definición de GeoGebra 4

2.1.1. Enseñanza de las matemáticas con GeoGebra 6

2.1.2. Principales beneficios del uso de la aplicación GeoGebra 9

2.1.2.1. Panel interactivo: 9

2.1.2.2. Funciones y animación: 10

2.1.2.3. Corrige errores de escritura: 11

2.1.2.4. Propiedades intrínsecas en las imágenes: 11

2.1.2.5. Representación visual. 12

2.1.2.6. Mejora la capacidad del pensamiento creativo. 14

2.2. Definición de Álgebra Lineal 15

2.2.1. Espacios Vectoriales 15

2.2.2. Ecuación vectorial de una recta en el espacio 16

2.3. Teorías relacionadas con el estudio 17

2.3.1. GeoGebra aplicado a la Geografía Espacial 17

2.3.2. Pensamiento crítico en la Programación Lineal a través de GeoGebra 18

2.3.3. GeoGebra y logros de aprendizaje en Funciones Trigonométricas 18

2.3.4. GeoGebra en la enseñanza de la Cinemática de partículas en 1D y 2D 19

2.3.5. Contraste de variables 20

2.4. Las TIC en la enseñanza de las Matemáticas 21

2.4.1. Bases Legales 22

Capítulo 3. Marco Empírico 23

3.1. Hipótesis 23

3.2. Objetivo general 23

3.3. Objetivos específicos 23

3.4. Metodología 24

3.4.1. Diseño y tipo de investigación 24

3.4.2. Población y muestra 24

3.4.3. Instrumentos de evaluación 25

3.4.4. Resultados y discusión 25

3.4.4.1. Análisis de datos Formulario Google 25

3.4.4.2. Análisis de datos Test Inicial 39

3.4.4.3. Análisis de datos Test Final 41

Capítulo 4. Conclusiones y recomendaciones 53

Referencias bibliográficas 56

Apéndices 64

LISTA DE TABLAS Y FIGURAS

FIGURAS

Figura 1 *Pantalla Inicial de la Aplicación GeoGebra* *5*

Figura 2 *Ejercicio de Geometría con GeoGebra* *9*

Figura 3 *Sistema Solar* *10*

Figura 4 *Mensaje de Fórmula Incorrecta* 11

Figura 5 *Polígonos Regulares* 11

Figura 6 *Cinemática de un cuerpo en reposo* 13

Figura 7 *Cinemática de un Cuerpo en Movimiento* 14

Figura 8 *Gráfica de una Recta Paralela a un Vector Director* 15

Figura 9 *Motivo A: Usa Mucho la Pizarra* 26

Figura 10 *Motivo B: Sólo Habla el Docente* 27

Figura 11 *Motivo C: No Hace Participar a los Estudiantes* 27

Figura 12 *Motivo D: No se Valora su Participación* 28

Figura 13 *Motivo E: No Usa Material Audiovisual* 28

Figura 14 *Docente Retroalimenta su Clase* 30

Figura 15 *Docente Explica Aplicación de Conceptos* 30

Figura 16 *El Docente Resuelve Dudas* 31

Figura 17 *El Docente Escucha Opiniones* 31

Figura 18 *El Docente Evalúa Constantemente* 32

Figura 19 *Influencia de Programas Interactivos en el Aprendizaje* 32

Figura 20 *Uso de Tic para Impartir la Clase* 33

Figura 21 *Uso de Tic como Necesidad para Impartir Clases* 33

Figura 22 *Conocimiento del Estudiante acerca de GeoGebra* 34

Figura 23 *Motivación para Recibir sus Clases* 34

Figura 24 *Metodología para el Mejor Rendimiento de la Asignatura* 35

Figura 25 *GeoGebra como Asignatura al Pénsum de Estudio* 35

Figura 26 *Aprendizaje Autónomo* 36

Figura 27 *Construye el conocimiento* 37

Figura 28 *Carácter Interactivo* 37

Figura 29 *Identifica contenidos* 38

Figura 30 *Creatividad* 39

Figura 31 *Test Inicial - Frecuencia Absoluta* 40

Figura 32 *Test Inicial - Frecuencia Relativa* 40

Figura 33 *Gráfica de Suma Entre dos Funciones Reales* 42

Figura 34 *Gráfica de Producto de Dos Funciones Reales* 43

Figura 35 *Propiedades de una Gráfica* 44

Figura 36 *Gráfica de Vector entre Dos Puntos en R3* 45

Figura 37 *Valores de Entrada a la Palabra "Vector"* 46

Figura 38 *Barra de Herramientas, Opción "Recta"* 46

Figura 39 *Gráfica de Vector entre Dos Puntos en R3* 47

Figura 40 *Gráfica de Vector entre Dos Puntos en R3* 49

Figura 41 *Ícono Vista, Vista gráfica 3D, Vista gráfica 2* 49

Figura 42 *Ícono Deslizador de la Vista Gráfica 2* 50

Figura 43 *Ícono Vector Equipolente de la Vista Gráfica 2* 50

Figura 44 *Ícono Actualizar Vistas y Limpiar Rastro* 51

Figura 45 *Resultados de Test Final* 52

TABLAS

Tabla 1 *Características de la Aplicación GeoGebra* 5

Tabla 2 *GeoGebra en Conceptos Matemáticos* 20

Tabla 3 *Causas de una Clase de Matemáticas Incomprendida* 26

Tabla 4 *Afirmaciones Acerca de la Explicación Docente* 29

Tabla 5 *Capacidades Adquiridas con el Uso de GeoGebra* 36

Tabla 6 *Tabla de frecuencia con datos del Test Inicial* 39

Capítulo 1. Marco introductorio

El presente trabajo final de maestría tiene como objetivo principal realizar un análisis del *software* GeoGebra como mecanismo de mejora en los aprendizajes de la asignatura de matemáticas en estudiantes que están por finalizar sus estudios escolares. Debido a que el autor de esta investigación imparte sus clases a estudiantes de la jornada vespertina, se dirige hacia ellos, estudiantes de tercer año de bachillerato – sección vespertina, con un total de 38 estudiantes.

Se considera que existen muchas falencias en cuanto a la recepción y apreciación de los contenidos matemáticos, que en gran parte se deben a la falta de usos metodológicos, técnicos y en otras a la falta de motivación y atención por el estudio que impera no sólo en el hogar sino también en la ideología errada de que las matemáticas son monótonas y algo tediosas.

Es necesario entonces, hacer una comparación entre las clases tradicionales o con mecanismos regulares que usa un docente, como pudieran ser el uso de pizarra, o el texto de asignatura, junto con las que se piensa implementar, el uso del *software* GeoGebra. De esta manera se plantea hacer una introspectiva entre los conocimientos adquiridos de manera tradicional y conocimientos adquiridos mediante el uso de la aplicación GeoGebra.

González, (2013), párr. 1. GeoGebra es un programa dinámico para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas para educación en todos sus niveles. Combina dinámicamente, geometría, álgebra, análisis y estadística en un único conjunto tan sencillo a nivel operativo como potente.

Este programa posee características que permiten al estudiante observar los objetos de manera bidimensional o tridimensional y a su vez en dos vistas, una

geométrica y la otra algebraica. Es decir que lo que comúnmente se explica en las clases, este *software* lo dibuja.

Por tal motivo la manipulación y experimentación de los contenidos facilita la comprensión y la resolución de procedimientos a partir de la observación.

1.1. Problema de investigación

La falta de estrategias metodológicas al impartir la asignatura de matemática en los estudiantes de tercer año de bachillerato como punto clave en la disminución de entendimiento de los procesos matemáticos.

1.2. Justificación

La educación pública es considerada de poca calidad, obsoleta, incipiente, y con estrategias que poco atraen la atención del estudiante. En ella se observa que las asignaturas con mayor grado de dificultad para la aprehensión del conocimiento son las llamadas ciencias exactas. Así pues la experimentación mediante el cálculo y la resolución de problemas son primordiales para la explicación de los contenidos, sin embargo, la complejidad de los mismos repercute en la falta de entendimiento, y esto sumado a la falta de motivación y una estructura pedagógica sin didáctica o poca metodológica hacen que los resultados no sean nada satisfactorios al ingresar a una carrera universitaria.

Es por ello que se considera necesario buscar mecanismos que mejoren la calidad de educación que se imparte a los estudiantes, y con mayor atención a las asignaturas con el problema base. El docente que imparte esta asignatura en los últimos años de estudio de la etapa preescolar, indica que se buscan distintos mecanismos a lo largo de la etapa profesional y algunas de ellas surten el efecto deseado.

Las estrategias metodológicas que más se aplican siempre tienen como objetivo fundamental mejorar la atención del estudiante, focalizando los conocimientos en

técnicas de competencia y dinámica, que permitan hacer que el estudiante participe de manera continua. Pero pese a ello hay contenidos matemáticos que no se pueden representar a través de un juego y se necesita de una explicación científica, se necesitan de la aplicación de fórmulas en la resolución de problemas, una ilustración más clara del contenido.

Lo antes expuesto sumado a esta época de pandemia por el Covid ha hecho que se busquen estrategias en el ámbito digital, en el ámbito virtual; y una de ellas, íntimamente relacionada con la formación del contenido de manera observable, verificable y didáctica se encuentra a través del uso del programa dinámico para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, “GeoGebra”. Este programa se incluirá como estrategia metodológica en la aplicación del contenido geométrico impartido en clases.

La situación actual exige la transformación de la práctica docente al diseñar estrategias de aprendizaje acordes al contexto de los estudiantes y sus recursos. La meta es transitar hacia un aprendizaje asincrónico y ubicuo donde se construyan conocimientos significativos. Guzmán et al., (2020), p. 4.

Con la aplicación de este programa se pretende mejorar el rendimiento de los estudiantes en la asignatura de matemáticas, así como en las pruebas anuales de ingreso al sistema universitario, eliminando el estereotipo de que las instituciones educativas públicas no ofrecen calidad educativa. Se proyecta aplicarlo en los distintos niveles de educación y proponer de tal manera nuevas actualizaciones al *software* para poder aplicarse a otras ramas de las matemáticas.

Capítulo 2. Marco teórico

2.1. Definición de GeoGebra

La formación del contenido de manera observable, verificable y didáctica se encuentra a través del uso del programa dinámico para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, “GeoGebra”. Este programa se incluirá como estrategia metodológica en la aplicación del contenido geométrico impartido en clases.

GeoGebra es una herramienta que motiva el trabajo colaborativo y constructivista basado en interacción entre los diferentes grupos de trabajo y el docente a través de procesos de inter aprendizaje. Avecilla et al., (2015), p. 123.

Debido al rápido crecimiento de la Comunidad GeoGebra alrededor del mundo, era necesario dar soporte a los miembros de la Comunidad y los profesores que estaban usando el *software*, de esta manera se establece el Instituto GeoGebra Internacional para dar soporte a los usuarios de GeoGebra y promover una práctica reflexiva. Geogebra, (2022), párr. 20.

Por lo cual se reconoce este *software* a nivel internacional, de modo que sintetiza, orienta y facilita el trabajo del docente con contenido audiovisual.

GeoGebra es un *Software* que se integra de dos categorías, Sistemas de Álgebra Computacional, que permite operaciones algebraicas y numéricas, y Sistemas de Geometría Dinámica, que permite la creación, edición e interacción gráfica de objetos Orozco, (2017), p. 38.

GeoGebra establece estrategias visuales y explicativas en el aprendizaje de geometría, álgebra y cálculo en un ambiente de fácil manejo, compacto y didáctico, unido al proceso tecnológico que nos engloba, utilidades claras en diversos ámbitos de las matemáticas. En la tabla 1 se muestran las características de creación de la aplicación GeoGebra, sus autores y licencias.

Tabla 1 *Características de la Aplicación GeoGebra*

Título	**GeoGebra**
Autores	Markus Hohenwarter. Director del proyecto y desarrollador principal. Universidad de Salzburgo Markus.Hohenwarter@sbg.ac.at Yves Kreis. Desarrollador. Universidad de Luxemburgo yves.kreis@uni.lu
Tipo	Gratuito
Sistema Operativo	Windows, MAC, Linux
Nivel	Secundaria, bachillerato
WEB	https://www.GeoGebra.org/graphing
Registro de usuarios	Sí

Nota. Esta tabla muestra las características del *software* GeoGebra.

Fuente: Arteaga et. Al. (2019), p.3

Espina, (2006), p. 1. GeoGebra no es sólo el programa sino un proyecto más amplio que queda representado por un portal en el que destacan, entre otros, los apartados correspondientes a la zona de materiales (donde se pueden bajar o subir archivos creados con el programa).

Cuando un docente crea contenido, éste puede ser compartido para todos los usuarios que lo necesiten, docentes o estudiantes, y así mismo, se pueden visualizar contenido de otros usuarios compartidos para poder ser aplicados en diversos temas de estudio.

El *software* GeoGebra contiene manuales y soportes de ayuda, calculadora gráfica, calculadora en 3D y calculadora CAS, contiene recursos, personas, temas y classroom, como se observa en la figura 1.

Figura 1 *Pantalla Inicial de la Aplicación GeoGebra*



Nota. Adaptado de *Pantalla inicial GeoGebra*

Fuente: Captura de pantalla tomada de https://www.GeoGebra.org/?lang=es.

Entre las características que presenta GeoGebra como *software* para la aplicación de clases interactivas en matemáticas, tenemos:

- Otorga una interfaz de fácil acceso y manejo, con menús en varios idiomas y de ayuda.
- Apoya proyectos de estudiantes en matemáticas, con diversidad de presentaciones de modo visual donde el estudiante construye y descubre su conocimiento.
- Los estudiantes pueden hacer sus propias obras de arte a través de la adaptación de sus diversos mecanismos, idealizar actividades y ejecutarlas con el seguimiento del docente y bajo las características gráficas que mejoran el objeto visual, su fuente, tamaño, idioma, la calidad de los gráficos, color, variación en los ejes, grosor y estilo de línea..

2.1.1. Enseñanza de las matemáticas con GeoGebra

Los procesos de aprendizaje son más eficientes cuando integramos herramientas informáticas que faciliten a través de procesos visuales el análisis matemático garantizando la vinculación del aprendizaje adquirido con el aporte

de las soluciones matemáticas a problemas de la sociedad. Avecilla et al., (2015), p. 3.

La continua evolución con incorporación de nuevas opciones y posibilidades, que lo hacen un programa que no solo es para trabajar la Geometría Dinámica, sino que permite profundizar muchos conceptos fundamentales de las Matemáticas y que mediante una enseñanza de tipo tradicional se hace más difícil. Cardeño & Córdoba, (2013), p. 9.

García, (2011), p. 46. El profesorado de matemáticas se enfrenta al reto de innovar e introducir cambios en el modo tradicional de enseñar, empujados por la corriente o revolución tecnológica que invade nuestras vidas y afecta el ámbito educativo.

Esta es la esencia del programa, cambiar la manera tradicional de impartir clases de matemáticas, que son basados en la resolución de ejercicios sin la explicación propia de su aplicación, con procesos matemáticos repetitivos y algo cansados, que no son enlazados con la realidad de la problemática de nuestra sociedad.

García & Izquierdo, (2017), p. 9. El docente no debe temer a la incorporación de la tecnología en sus estrategias didácticas, ya que el objetivo es que los alumnos aprendan matemáticas; y una alternativa es utilizar las TIC en el aula como puente que conecte los términos matemáticos con los alumnos.

La dificultad que se impone en la explicación de los procesos matemáticos nos hace cuestionar la falta de asimilación del conocimiento matemático basado en el vínculo entre procesos algebraicos y geométricos que

permiten garantizar el proceso enseñanza aprendizaje de manera óptima, formando en el estudiante un aprendizaje constructivista.

Los educadores de matemáticas hacen llegar su visión a sus estudiantes sobre la construcción del conocimiento matemático por varias vías, incluyendo la epistemología genética, ciencia informativa e interaccionismo simbólico. Kilpatrick, (1990), p. 39.

Se debe hacer un mea culpa de que la formación nacional en educación no es la correcta en cuanto a su formación inicial y esto lleva consigo una serie de desfases en los estudiantes de bachillerato, esto sumado a que los docentes que la imparten son hechos a la carrera y no en carrera, es decir, docentes que no estudiaron para licenciados en Matemáticos, sino que tuvieron carreras afines y se dedicaron a enseñar; estudiantes con una visión negativa de las mismas desde sus hogares.

La explicación de las matemáticas en sección básica superior y bachillerato se dificulta cuando se representan axiomas matemáticos o formulaciones más a su nivel, y ellos no entienden su simbología. Esto que se debió incluir desde pequeños en menor nivel. Con estos antecedentes mencionados, se necesita aprender las matemáticas desde la perspectiva del experimento y aprendo, donde se apoya mediante esta herramienta virtual.

Mora, (2020), p. 74. Afirma lo siguiente:

> El *software* resulta beneficioso tanto para el educando como para el educador pues los dos pueden obtener réditos con el uso de esta herramienta, ya que el estudiante se hace un sujeto crítico y reflexivo y por su parte, el docente adquiere habilidad y destreza aplicando su

conocimiento matemático en la herramienta GeoGebra, permitiéndole innovar los procesos de enseñanza y aprendizaje en esta asignatura.

Es decir, este *software* permite identificar visualmente circunstancias que son muy complejas de explicar de manera tradicional, los estudiantes aprenden a construir su propio concepto y le dan estructura con la aplicación de ejercicios. Los estudiantes descubrirán e indagarán las temáticas en estudio mediante la investigación en forma eficiente.

Para los profesores, el *software* GeoGebra ofrece una valiosa oportunidad para crear un aprendizaje interactivo en línea, entornos que permitan a los estudiantes tener varias formas de explorar los conceptos matemáticos enseñados. También agregaron que el *software* GeoGebra podría ser realmente útil para hacer frente a diferentes actividades. Tamam & Dasari, (2021), p. 2. Estas pueden ser medios de demostración y visualización; medios de construcción; y medios de descubrimiento.

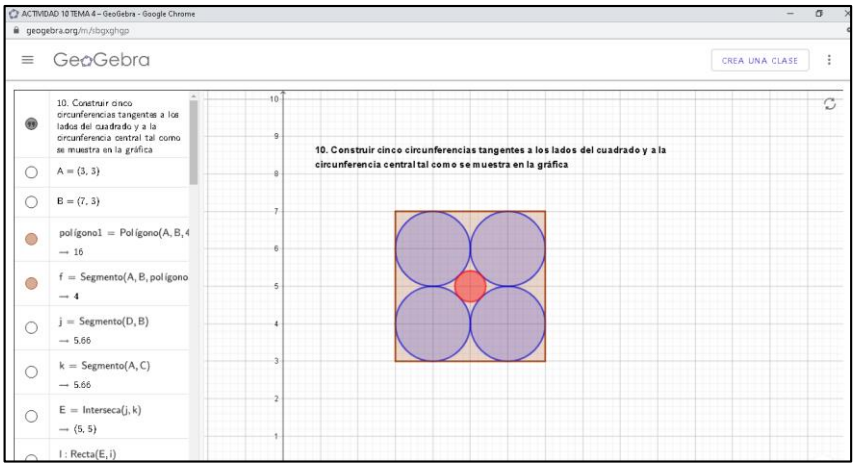
2.1.2. Principales beneficios del uso de la aplicación GeoGebra

Llevando estos temas más allá, el *software* GeoGebra tiene varios beneficios como herramienta de apoyo en el aprendizaje de matemáticas, como se presenta a continuación

2.1.2.1.Panel interactivo:

Los dibujos de geometría se pueden hacer de forma rápida y precisa en lugar de utilizar un lápiz, una regla o un compás, se observa en la figura 2.

Figura 2 *Ejercicio de Geometría con GeoGebra*



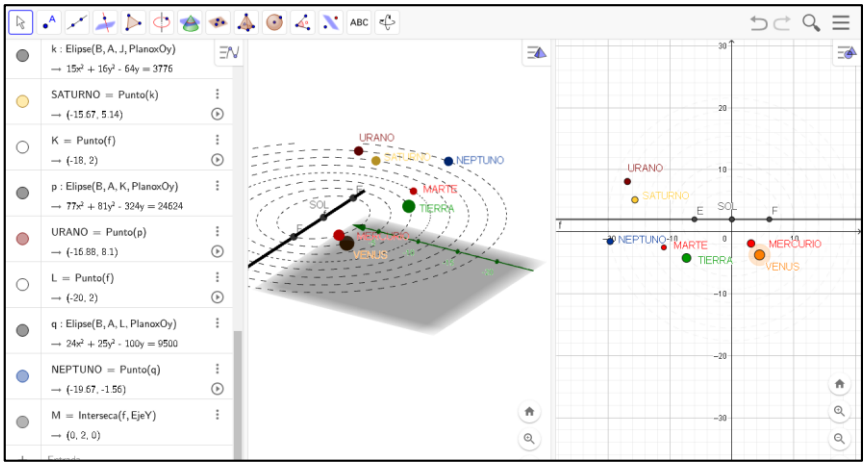
Nota. Se observa la construcción de cinco circunferencias tangentes e inscritas en un cuadrado, de lado izquierdo se muestra el panel de entrada de contenido.

Fuente: Elaboración propia

2.1.2.2.Funciones y animación:

Los estudiantes pueden comprender fácilmente la geometría mediante el uso de funciones de animación y pantallas virtuales para que tengan una experiencia visual real. Se observa ejemplo en la figura 3.

Figura 3 *Sistema Solar*



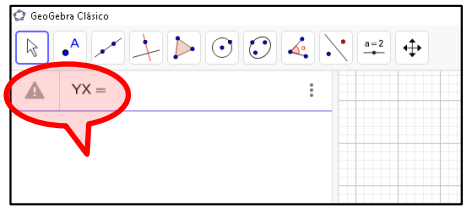
Nota. Elipse para la creación del Sistema Solar. En el centro la vista en 3D y a la derecha la Vista algebraica.

Fuente: elaboración propia

2.1.2.3.Corrige errores de escritura:

Los estudiantes ejecutan las actividades impartidas por el profesor, el programa tiene la particularidad de corregir si una fórmula no está bien escrita en la entrada, como se observa en la figura 4.

Figura 4 *Mensaje de Fórmula Incorrecta*



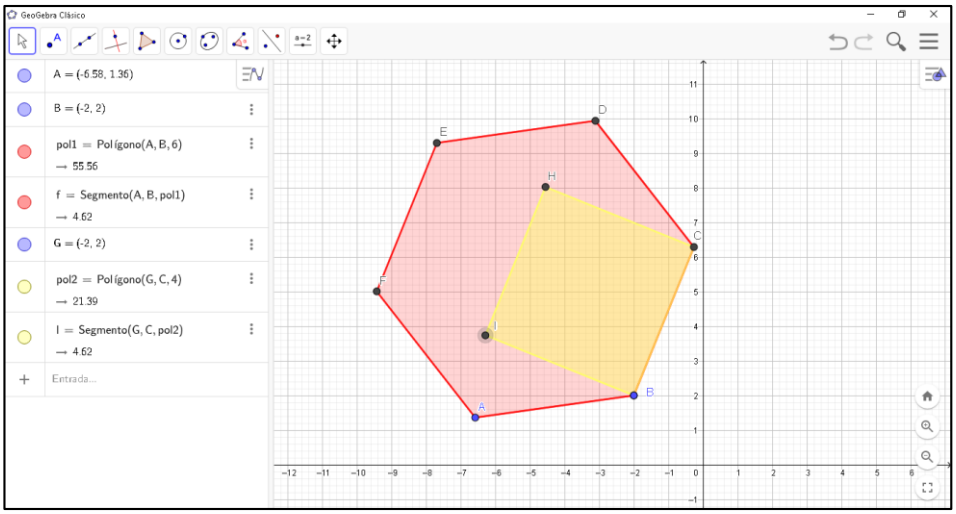
Nota. Fórmula incorrecta generada por incoherencia en datos de entrada.

Fuente: Elaboración propia.

2.1.2.4.Propiedades intrínsecas en las imágenes:

El profesor o los alumnos pueden investigar rápidamente las propiedades que se aplican a un objeto geométrico. Las imágenes son expuestas y estas pueden ser movidas o desplazadas para indicar sus propiedades de una manera visual, el estudiante saca sus propias conclusiones observando el detalle de las mismas. Se observa el ejemplo en la figura 5.

Figura 5 *Polígonos Regulares*



Nota. Graficación de dos polígonos regulares cuyo lado $\overline{AB}$ es el mismo para ambos polígonos.

Fuente: Elaboración propia

Asprilla et al., (2015), p. 127. La percepción visual permitirá su integración en los conocimientos previos y el alumno logrará relacionar el cálculo con su entorno, ya que el GeoGebra permite la representación de información abstracta en imágenes visuales de manera rápida y sencilla.

En consecuencia a lo que expresan los autores antes mencionados, el software GeoGebra es aplicado no sólo al ámbito de educación primaria, sino también a la educación superior como mecanismo directo de apoyo en las asignaturas afines a las matemáticas.

2.1.2.5. Representación visual.

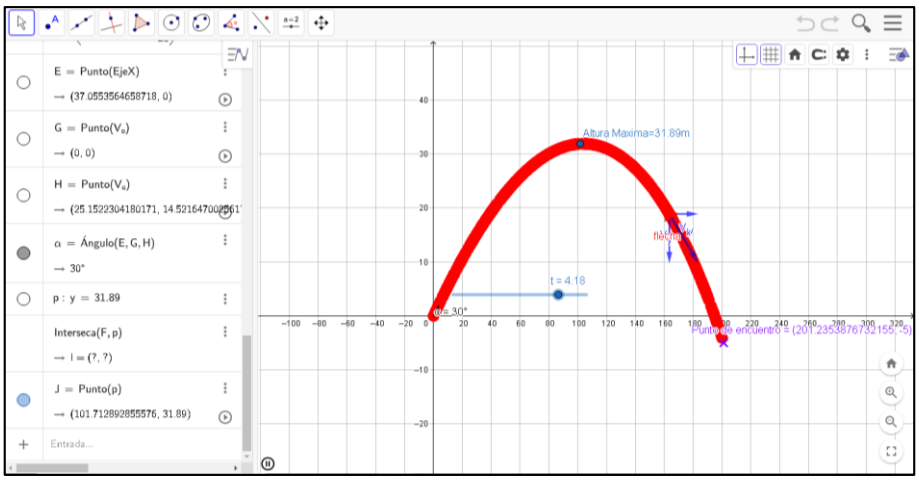
Gay et al., (2014), párr. 4. Considera que la visualización hace posible crear la sensación de auto-evidencia e inmediatez, propios del entorno dinámico que ofrece GeoGebra. El uso de deslizadores permite al alumno transformar una función en infinitas otras a través de múltiples

representaciones en tiempo real, lo que facilita la aproximación al comportamiento del modelo, según la variación del parámetro estudiado.

La representación visual juega un papel muy importante en el entendimiento de los contenidos, puesto de que las imágenes son captadas mucho más rápido por el cerebro que las otras funciones del cuerpo.

Como lo indican Azizah et al., (2021), p. 1. GeoGebra es un software matemático que apoya el aprendizaje de las matemáticas para facilitar la visualización de formas geométricas. El software de geografía puede crear imágenes geométricas que son bidimensionales o tridimensionales para que GeoGebra pueda ayudar a los estudiantes a representar formas geométricas reales como se observa en la figura 6 y 7, donde se analiza el movimiento de cuerpos en relación a los ejes x e y, es decir, en el plano cartesiano con sus coordenadas cartesianas en sentido vertical u horizontal.

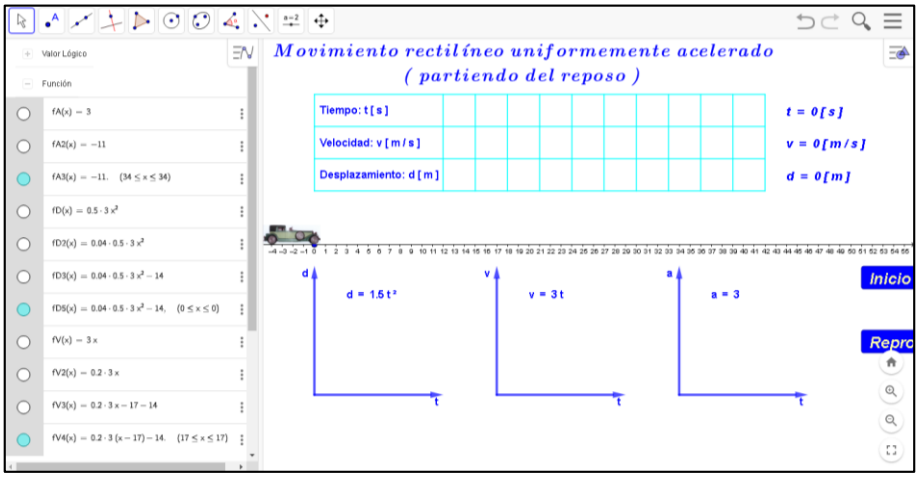
Figura 6 *Cinemática de un cuerpo en reposo*



Nota. Desplazamiento de un cuerpo en movimiento parabólico

Fuente: Elaboración propia

Figura 7 *Cinemática de un Cuerpo en Movimiento*



Nota. Vistas del diagrama de cuerpos en movimiento

Fuente: Elaboración propia

De esta manera se puede visualizar que una ilustración puede diferir dependiendo del contexto en que se use, la representación visual será siempre más eficaz al momento de hacer entender los conceptos a un estudiante.

2.1.2.6.Mejora la capacidad del pensamiento creativo.

La capacidad de pensamiento creativo de los estudiantes de los estudiantes con el software GeoGebra es mayor que la capacidad de pensamiento creativo de los estudiantes que utilizan modelos de aprendizaje convencionales. Los estudiantes con tratamiento de aprendizaje utilizando software GeoGebra tienen una mejor capacidad de pensamiento creativo en comparación con los estudiantes con tratamiento de aprendizaje utilizando modelos de aprendizaje convencionales.

Cruz, (2019), p. 485. El uso de GeoGebra no significa una condición necesaria para el planteo de nuevos problemas, sino un crédito favorable acerca de sus potencialidades para el desarrollo del pensamiento.

2.2. Definición de Álgebra Lineal

El concepto de algebra lineal abarca un sinnúmero de temas que libros se formarían sólo tratando sus aplicaciones, de otro modo: El álgebra lineal es una rama de las matemáticas que estudia conceptos tales como vectores, matrices, espacio dual, sistemas de ecuaciones lineales y en su enfoque de manera más formal, espacios vectoriales y sus transformaciones lineales. Algebra Lineal, (2022), párr.1.

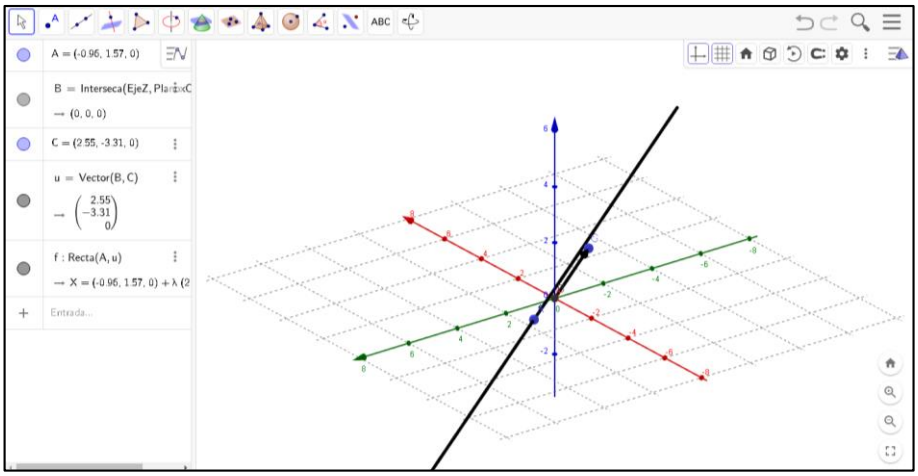
En álgebra lineal se identifican y definen los objetos básicos, cómo líneas, planos y rotaciones, se da énfasis a la geometría y sus aplicaciones en la cotidianeidad o su análisis matemático.

En contexto al tema macro se pretende hacer un análisis del subtema referente a las ecuaciones vectoriales y paramétricas de una recta en el espacio, es decir, tridimensional o en R3.

2.2.1. Espacios Vectoriales

Sea $(\boldsymbol{E}, +)$ un grupo conmutativo y $(\mathbb{K}, +, .)$ Un cuerpo. Diremos que $\boldsymbol{E}$ es un $\mathbb{K}$- *espacio vectorial* si se tiene definida una operación externa $\mathbb{K} \times \boldsymbol{E} \rightarrow \boldsymbol{E}$ tal que $\forall \boldsymbol{x}, \boldsymbol{y} \in \boldsymbol{E}, \forall \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta} \in \mathbb{K}$ se verifica (i) $\boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y}) = \boldsymbol{\alpha x} + \boldsymbol{\beta y}$; (ii) $(\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\beta})\boldsymbol{x} = \boldsymbol{\alpha x} + \boldsymbol{\beta y}$; (iii) $(\boldsymbol{\alpha\beta})\boldsymbol{x}$; (iv) $\mathbf{1}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}$ siendo 1 el elemento neutro de la segunda operación del cuerpo $\mathbb{K}$. NOTACIÓN: Los elementos de $\boldsymbol{E}$ se llaman *vectores* y los de $\mathbb{K}$ *escalares.* Isaac, et al., (2003), p. 28. Ver figura 8.

Figura 8 *Gráfica de una Recta Paralela a un Vector Director*



Nota. Considerando un punto P (x, y, z) perteneciente a la recta r, se muestra el vector paralelo al vector director.

Fuente: Elaboración propia

2.2.2. Ecuación vectorial de una recta en el espacio

Sean $\vec{\boldsymbol{a}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\boldsymbol{z})$ y $\vec{\boldsymbol{b}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\boldsymbol{z}) \in \mathbb{R}^{\boldsymbol{3}}$ con $\vec{\boldsymbol{b}} \neq \boldsymbol{0}$. El conjunto R definido como $\boldsymbol{R} = \{\vec{\boldsymbol{x}} = \vec{\boldsymbol{a}} + \boldsymbol{t}\vec{\boldsymbol{b}} | \boldsymbol{t} \in \mathbb{R}\}$ representa una recta que pasa por $\vec{\boldsymbol{a}}$ y es paralela a la recta que pasa por $\vec{\boldsymbol{b}}$. El vector $\vec{\boldsymbol{b}}$ se llama vector director de la recta $\boldsymbol{R}$. Ministerio de Educación, (2020), p. 50.

Por lo tanto la ecuación vectorial de una recta en el espacio se define como:

$$\vec{\boldsymbol{x}} = \vec{\boldsymbol{a}} + \boldsymbol{t}\vec{\boldsymbol{b}} \; \forall \; \boldsymbol{t} \in \mathbb{R}^{\boldsymbol{3}}$$

Y sus ecuaciones paramétricas:

$$\begin{cases} \boldsymbol{x} = \vec{\boldsymbol{a}}_{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{t}\vec{\boldsymbol{b}}_{\boldsymbol{x}} \\ \boldsymbol{y} = \vec{\boldsymbol{a}}_{\boldsymbol{y}} + \boldsymbol{t}\vec{\boldsymbol{b}}_{\boldsymbol{y}} \\ \boldsymbol{z} = \vec{\boldsymbol{a}}_{\boldsymbol{z}} + \boldsymbol{t}\vec{\boldsymbol{b}}_{\boldsymbol{z}} \end{cases}$$

Las ecuaciones vectoriales y paramétricas de una recta se utilizan comúnmente en ingeniería, biología, física, economía y ciencias. En física por ejemplo describen el movimiento de un cuerpo en trayectorias rectilíneas.

Este tema se expone debido a que es aplicado para obtener los datos del presente trabajo en estudio.

2.3. Teorías relacionadas con el estudio

Teniendo una vista clara de lo que es el *software* dinámico GeoGebra y así mismo del tema que se impartirá a los estudiantes de tercer año de bachillerato, se realiza una introspectiva de las diferentes teorías relacionadas con el estudio, un análisis de diversos autores con el uso de la aplicación GeoGebra en otros temas y ámbitos de estudio observando en cada uno de ellos diversos aportes que da el *software* en las matemáticas.

2.3.1. GeoGebra aplicado a la Geografía Espacial

Lo exponen en su investigación Pamungkas, et al., (2021), p. 2, su objetivo fue obtener una visión general de la mejora de las habilidades de resolución de problemas de los futuros profesores de matemáticas mediante la implementación de GeoGebra en las clases de geometría espacial.

Según este estudio las habilidades de resolución de problemas del grupo experimental aumentaron significativamente en comparación con el grupo de control de la categoría media, incluido el aumento de la motivación y el interés durante las conferencias.

Para llevar a cabo la enseñanza de la geometría con GeoGebra, se requiere de la disponibilidad de herramientas tecnológicas que faciliten su aprendizaje, por lo tanto, es necesario un análisis de factibilidad de dichas prácticas educativas en las actuales circunstancias de confinamiento mundial. Monterroza, (2021), p. 8.

GeoGebra puede manejar variables, para números, puntos, vectores, derivar e integrar funciones, y también ofrece comandos para encontrar raíces y extremos de una función. Souza, (2014), p. 25.

2.3.2. Pensamiento crítico en la Programación Lineal a través de GeoGebra

Rahman, et al., (2021), p. 4. Explican que en su estudio tiene como objetivo determinar el aumento en las habilidades de pensamiento crítico de los estudiantes en el aprendizaje de programación lineal a través del modelo de Aprendizaje Basado en Problemas.

Este estudio determinó que se incrementaron las habilidades de pensamiento crítico en un 50,05% en material de Programación Lineal.

El uso previo del GeoGebra les ayuda a visualizar las regiones obtenidas mostrando seguridad al resolverlo con lápiz y papel. Bello, (2013), p. 89.

Otro estudio expone en su ejecución que los alumnos logran consolidar la definición de la circunferencia como lugar geométrico a través de la percepción dinámica de los infinitos puntos que constituyen una circunferencia, y de sus representaciones gráfica y algebraica. Ramón, (2015), p. 24.

2.3.3. GeoGebra y logros de aprendizaje en Funciones Trigonométricas

Mosese & Ogbonnaya, (2021), p. 829, explora la efectividad de GeoGebra en el éxito de los estudiantes de grado 12 al hacer conexiones entre las representaciones de funciones trigonométricas y la interpretación de gráficos.

En este estudio se observó una diferencia significativa en el rendimiento medio de los alumnos experimentales en las funciones trigonométricas en comparación con el grupo de control. El uso del *software* GeoGebra no sólo aumentó las puntuaciones de los estudiantes, sino que también se observó que el *software* permitió la realización de una clase vibrante en la que las actividades de aprendizaje cooperativo y colaborativo eran evidentes.

Esta mejora puede atribuirse al entorno de aprendizaje constructivista social en el grupo experimental, que estimuló a los estudiantes a interactuar, hacer conjeturas y, finalmente, a la construcción del conocimiento Vygotsky, (1978), p. 11.

Otro estudio realizado es el de Huda & Qohar, (2021), p. 6, más generalizado concluye que a través de la aplicación de los medios de comunicación en el aprendizaje basado en las TIC con GeoGebra se puede aumentar la actividad de los estudiantes y mejorar la comprensión de los conceptos en el material de relación a los que se enfrentan los estudiantes cuando aprenden. La actividad de los alumnos en el aprendizaje se considera buena.

Benites, et al., (2009), p. 15. Este *software* es educativo para la reconstrucción de nuevos conocimientos en los estudiantes, los dibujos son muy fáciles de hacer, se genera el applets automáticamente, Son interactivos, es decir, se puede modificar directamente en Internet.

A través del aprendizaje mediante el uso de los medios de comunicación, los estudiantes encuentran fácil recibir información en la materia y pueden aplicarla a los problemas cotidianos. La mejora de la capacidad de comprensión de los conceptos matemáticos que aprenden utilizando medios de comunicación fue mejor que la de los alumnos que aprenden con el aprendizaje convencional.

2.3.4. GeoGebra en la enseñanza de la Cinemática de partículas en 1D y 2D

Halim, et al., (2021), p. 5. Indican que en este artículo se explica cómo utilizar GeoGebra para enseñar el concepto de cinemática de partículas en 1D y 2D. La discusión se centra en los conceptos de movimiento recto (1D) y movimiento parabólico (2D). Basándose en la experiencia de hacer gráficos de movimiento 1D

y 2D los estudiantes pueden desarrollar gráficos para otros casos en el aprendizaje de la física.

GeoGebra permite el trazado dinámico de construcciones geométricas de todo tipo así como la representación gráfica, el tratamiento algebraico y el cálculo de funciones reales de variable real, sus derivadas e integrales. Torres, et al., (2016), p. 45.

El uso de GeoGebra como herramienta didáctica, permite la modelación de fenómenos físicos, dada su capacidad para representar funciones de todo tipo, lo cual le proporciona a esta aplicación una excelente oportunidad para representar modelos de la física mediante la construcción de escenarios apropiados con el uso de deslizadores. Toro, (2017), p. 302.

Los estudios enunciados indican que el *software* plantea gráficamente las funciones, identifica conceptos y los entiende al representarlos visualmente.

2.3.5. Contraste de variables

Desarrollando la premisa de identificar las características que mejoran los procesos de comprensión matemática, se logran determinar los siguientes, con relación a la aplicación del *software* en los temas antes señalados y con el aporte de diversos autores en sus estudios.

Estas características se pudieron evaluar de los distintos trabajos académicos realizados con el uso de la aplicación, los mismos que determinan una serie de consideraciones a tener en cuenta, tal como se muestra en la tabla 2.

Tabla 2 *GeoGebra en Conceptos Matemáticos*

Estudio realizado	Autor (es)	Características encontradas en el estudio
Geografía Espacial	Pamungkas, Rahmawati, Apriliyani, Monterroza	• Motivación e interés por aprender conceptos. • Mejora habilidades de resolución de problemas de la vida cotidiana. • Manejo de variables, números, puntos, vectores, derivación e integración de funciones.
Programación Lineal	Rahman, Usman, Johar, Bello, Ramón	• Aumenta pensamiento crítico. • Visualiza regiones. • La percepción dinámica de los infinitos puntos.
Funciones Trigonométricas	Mosese, Ogbonnaya, Vygotsky, Huda, Qohar	• Mejora la interpretación de gráficos. Mejora la capacidad de comprender conceptos matemáticos. • Estimula a los estudiantes a interactuar, hacer conjeturas. • Aumenta la actividad de los estudiantes y mejora la comprensión de los conceptos.
Cinemática 1D y 2D	Halim, Hamid, Zainuddin, Nurulwati, Herman, Irwandi, Torres, Toro	• Exploran el contenido científico y posterior a ello desarrollar propios gráficos en el aprendizaje. • Permite el trazado dinámico de construcciones geométricas. • Permite la modelación de fenómenos físicos

Nota. Esta tabla muestra la relación entre diferentes conceptos matemáticos y su aplicación mediante el uso del *software* GeoGebra.

Fuente: Elaboración propia.

2.4. Las TIC en la enseñanza de las Matemáticas

En el ámbito educativo las TIC han renovado la manera de enseñar, la forma de estructurar las clases, la forma de entender las matemáticas se simplifican con la diversidad de buen contenido científico que se exponen en la web, sin embargo, saber identificar la que cuenta con bases teóricas y didácticas es lo importante.

Según Hung, et al., (2015), p. 23, los contextos educativos en la sociedad de la información y el conocimiento requieren una transformación de las metodologías tradicionales de los docentes, en las que el papel ejercido por estos se centraba en la

transmisión de la información a sus estudiantes para el desarrollo del pensamiento crítico, de procesos de pensamiento complejo y de competencias en diferentes áreas del saber.

La formación y capacitación de los docentes es una de las prioridades a atender, pues la clave del éxito radica en la capacidad del profesor para crear, adaptar, presentar y compartir actividades didácticas innovadoras, mediadas por tecnología, donde ésta enriquece la práctica, genera interacción, facilita la adopción, flexibiliza los diferentes ritmos de aprendizaje y promueve genuinos cambios inspiradores que enriquecen el currículo. Téliz, (2015), p. 17.

Por tanto, la enseñanza de las matemáticas se ve sujeta al desarrollo constante, a capacitaciones periódicas, los docentes deben crear actividades motivadoras, innovadoras que generen interés en el estudiante sin la necesidad de trabajar en un contenido directo.

2.4.1. Bases Legales

La Constitución de la República del Ecuador en el artículo 347 establece que es responsabilidad del estado, siendo de nuestra pertinencia lo que indica el numeral 8, “incorporar las tecnologías de la información y comunicación en el proceso educativo y propiciar el enlace de la enseñanza con las actividades productivas o sociales” Asamblea Nacional, (2008), p. 107.

De esta manera se garantiza el derecho a la educación, y a su vez a la incorporación de las tecnologías de la información y comunicación en el proceso educativo, donde se permite la aplicación, contextualización de programas afines.

Capítulo 3. Marco Empírico

3.1. Hipótesis

A mayores clases mediante la aplicación GeoGebra como estrategia metodológica los estudiantes tendrán mejores rendimientos en la asignatura de matemáticas en los estudiantes de tercer año de bachillerato.

3.2. Objetivo general

Analizar la incidencia de la aplicación del *software* GeoGebra como estrategia metodológica para la mejora del rendimiento de la asignatura de matemáticas en los estudiantes de tercer año de bachillerato, sección vespertina de la Unidad Educativa Fiscal Tarqui en el periodo 2021 – 2022.

3.3. Objetivos específicos

- Elaborar los contenidos mediante las estrategias metodológicas usadas normalmente y la aplicación del programa GeoGebra para contrastar sus resultados.

- Aplicar y comparar las estrategias metodológicas tradicionales a través de la explicación básica del contenido y las aplicadas a través del *software* GeoGebra respecto del tema de ecuaciones vectoriales y paramétricas de rectas en el espacio.

- Ejecutar un test de contenidos a través de la aplicación Google Forms para determinar las habilidades adquiridas con las estrategias impartidas.

- Diseñar actividades con el uso de la aplicación GeoGebra como metodología didáctica aplicable en la asignatura de matemáticas añadida al pensum de estudio en el nivel bachillerato.

3.4. Metodología

La metodología aplicada refiere un estudio cuantitativo – correlacional, donde se realiza un análisis de variables cuantitativas, entre el rendimiento de los estudiantes con clases impartidas de manera tradicional y con el uso de la aplicación GeoGebra. Se plantea una preprueba y posprueba con grupo de control para determinar el grado de comprensión de contenidos con el uso de la aplicación GeoGebra, basado en Sampieri.

3.4.1. Diseño y tipo de investigación

Se planteó un diseño correlacional con el uso de un diseño de preprueba y posprueba con grupo de control donde se plantearon test de comprensión de contenidos. El tipo de investigación aplicado es el cuasi experimental.

3.4.2. Población y muestra

La población del estudio será dirigida a estudiantes del tercer año de bachillerato, sección vespertina; en 80 estudiantes de los 5 paralelos que los conforman, para los cuales mediante el cálculo de la muestra de una población finita, un nivel de confianza del 95% y un error muestral del 5% obtenemos una muestra de 38 estudiantes que serán distribuidos de manera aleatoria en los paralelos mencionados.

$$\boldsymbol{n = \frac{z^2.p.q.N}{e^2(N-1) + z^2.p.q}}$$

$$\boldsymbol{n = \frac{(1.96)^2.(0.05).(0.95).(80)}{(0.05)^2(80-1) + (1.96)^2.(0.05).(0.95)}}$$

$$\boldsymbol{n = \frac{14.598}{0,3799} \therefore n \approx 38\ estudiantes}$$

3.4.3. Instrumentos de evaluación

El instrumento utilizado se realizó a través de un test de comprensión de contenidos a los estudiantes que contienen 5 ejercicios de opción múltiple. Este test se aplicó al principio y al final de la instrucción y posterior a ello se hizo una comparación de los resultados. Se realizó además una encuesta a través de la aplicación Google Forms para evaluar su percepción acerca de la aplicación GeoGebra.

3.4.4. Resultados y discusión

El análisis de resultados se obtuvo al inicio y al final del periodo en estudio, por parte de los 38 estudiantes de tercer año de bachillerato, sección vespertina de manera aleatoria en los 5 cursos correspondientes. Se realizó un formulario a través de Google Forms, posterior a ello se les solicitó previa explicación, resolver 5 ejercicios acerca de graficación de vectores en R3 y de cálculo de ecuaciones paramétricas, al inicio del estudio y al final con la explicación mediante el programa GeoGebra, los test fueron recibidos en línea, en este caso una recolección total de 38 cuestionarios llenos, una vez realizados se procesaron estadísticamente en Excel y los resultados analizados de forma individual por cada pregunta.

3.4.4.1.Análisis de datos Formulario Google

Se toma como muestra los 38 estudiantes a los cuáles se les elaboró un formulario con preguntas estructuradas, donde sus respuestas eran anónimas y evidenciaban las características de las clases de matemáticas recibidas durante el presente año, las mismas que expusieron lo que se muestra en la tabla 3 acerca de las causas de clase de matemáticas que no se comprenden:

Tabla 3 *Causas de una Clase de Matemáticas Incomprendida*

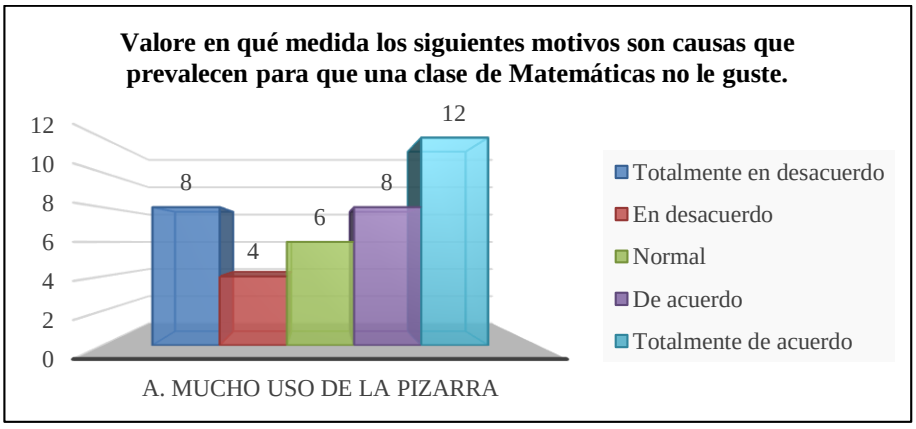
No me gustan las clases de Matemáticas		Totalmente en desacuerdo	En desacuerdo	Normal	De acuerdo	Totalmente de acuerdo
A	Porque usa mucho la pizarra	8	4	6	8	12
B	Porque solo habla el profesor	22	12	4	0	0
C	Porque no hace participar a los estudiantes	32	6	0	0	0
D	Porque el docente no valora nuestra participación	33	5	0	0	0
E	Porque no usa material audiovisual y no explica con programas interactivos	30	3	5	0	0

Nota. Se observa que el motivo que prevalece para que las clases de Matemáticas no se entiendan o que gusten es el excesivo uso de la pizarra.

Fuente: Elaboración propia.

Con el fin de entender la tabla se realiza el siguiente análisis de manera individual con cada opción de respuesta y se especifica su descripción a cada cuadro estadístico mostrado a partir de ahora como se muestran en las figuras 9, 10, 11, 12, y 13 a continuación:

Figura 9 *Motivo A: Usa Mucho la Pizarra*

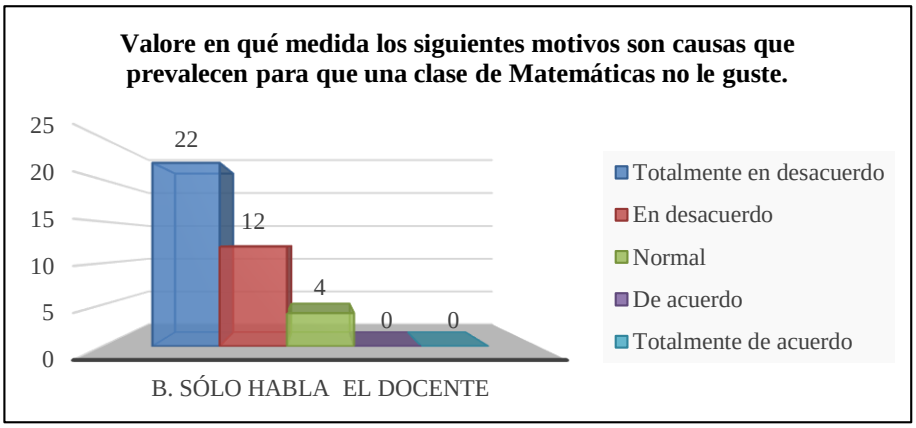


Nota. El 31,57% de los estudiantes está completamente de acuerdo con que el docente usa de modo excesivo la pizarra, un 21,05% de acuerdo, al igual

que totalmente en desacuerdo y 26,31% intermedio, en desacuerdo o normal.

Fuente: Elaboración propia.

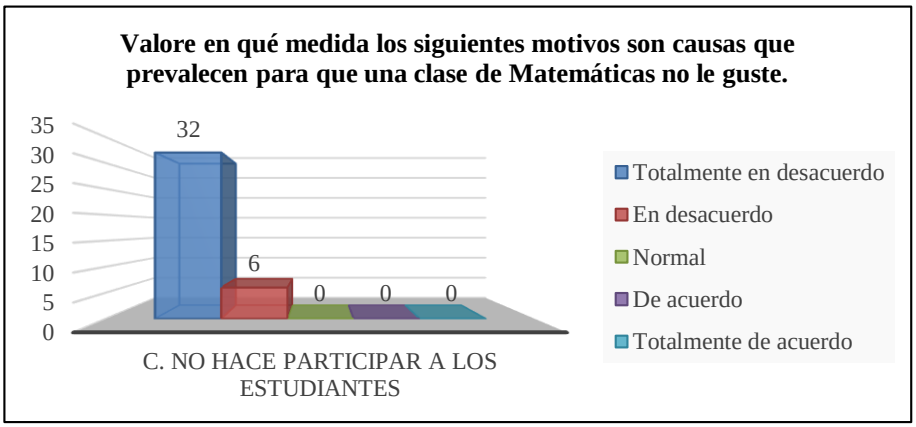
Figura 10 *Motivo B: Sólo Habla el Docente*



Nota. 57,89% de los estudiantes coinciden en estar totalmente en desacuerdo, 31,57% en desacuerdo, y el restante 10,52% normal, por tanto se concluye que si existe participación de ambas partes durante las clases.

Fuente: Elaboración propia.

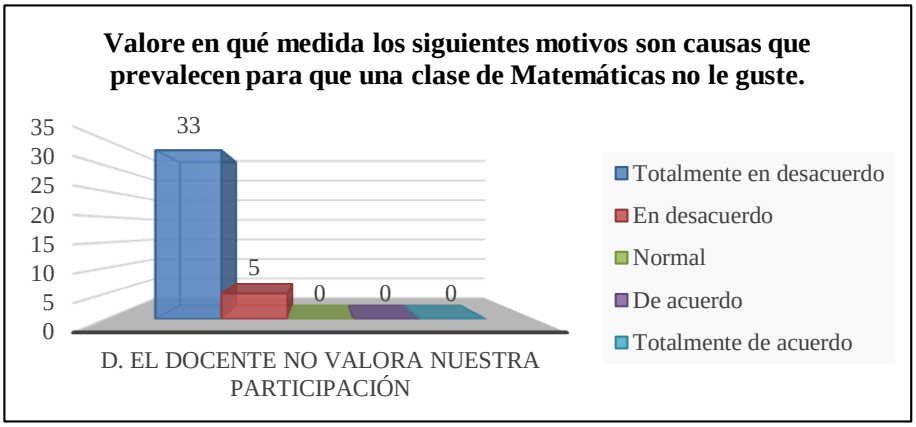
Figura 11 *Motivo C: No Hace Participar a los Estudiantes*



Nota. El 84,21% del total de estudiantes está totalmente en desacuerdo, mientras que el restante 15,79% en desacuerdo con la afirmación de que no se hace participar a los estudiantes, por el contrario, se les motiva a hacerlo.

Fuente: Elaboración propia.

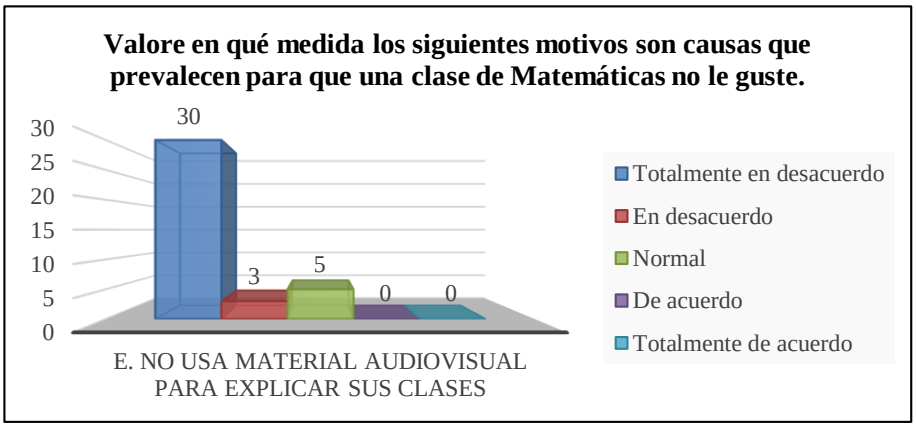
Figura 12 *Motivo D: No se Valora su Participación*



Nota. El 86,84% del total de estudiantes está totalmente en desacuerdo, mientras que el restante 13,16% en desacuerdo con la aseveración de que no se valora la participación del estudiante, por el contrario, se les motiva a hacerlo.

Fuente: Elaboración propia.

Figura 13 *Motivo E: No Usa Material Audiovisual*



Nota. El 78,95% del total de estudiantes está totalmente en desacuerdo, mientras que el 7,89% en desacuerdo y el restante 13,16% se encuentra neutral con la aseveración de que no se usa material audiovisual, por el contrario, por motivo de la pandemia las clases se han dado de manera

virtual, aplicando algunos programas de mejora al conocimiento matemático.

Fuente: Elaboración propia.

A continuación se recogen datos que el estudiante proporciona con el objetivo de identificar las formas más comunes que tiene el docente de Matemáticas para impartir su clase, la metodología que emplea hace que el estudiante participe y construya el conocimiento o no, existe la retroalimentación de la misma, los motiva a trabajar, hace que todos puedan dar sus opiniones, es decir, se siguen con los pasos de una planificación de clase de manera correcta.

Estos se representan en la tabla 4 a continuación:

Tabla 4 *Afirmaciones Acerca de la Explicación Docente*

	No me gustan las clases de Matemáticas	Totalmente en desacuerdo	En desacuerdo	Normal	De acuerdo	Totalmente de acuerdo
A	Mi profesor retroalimenta lo aprendido	0	0	5	5	28
B	Mi profesor explica dónde puedo aplicar el contenido que estoy recibiendo	0	0	0	2	36
C	Mi profesor nos brinda ayuda y resuelve dudas cuando las tenemos	0	0	0	0	38
D	Mi profesor nos permite dar opiniones	0	0	0	0	38
E	Mi profesor nos evalúa constantemente mientras hablamos y participamos	0	0	5	12	21

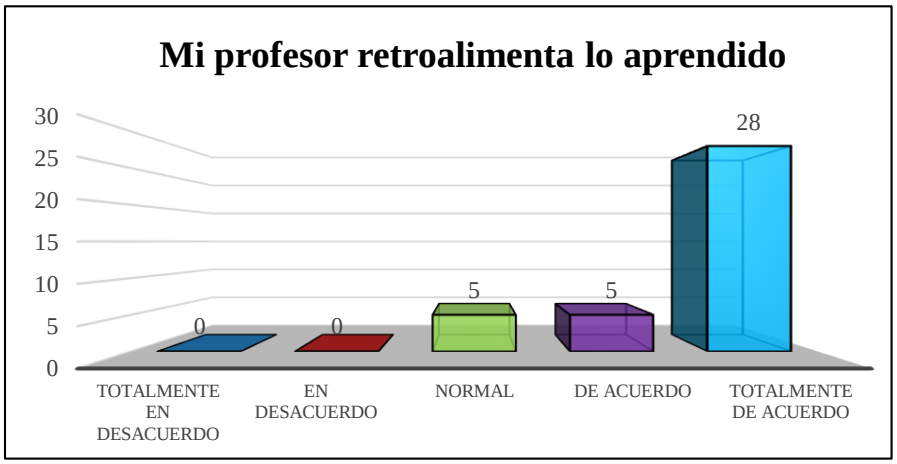
Nota. Se observa que la explicación del docente permite hacer trabajar al estudiante.

Fuente: Elaboración propia.

Con el fin de entender la tabla se realiza el siguiente análisis de manera individual con cada opción de respuesta y se especifica su descripción a

cada cuadro estadístico mostrado a partir de ahora como se muestran en las figuras de la 14 a la 25, analizadas a continuación:

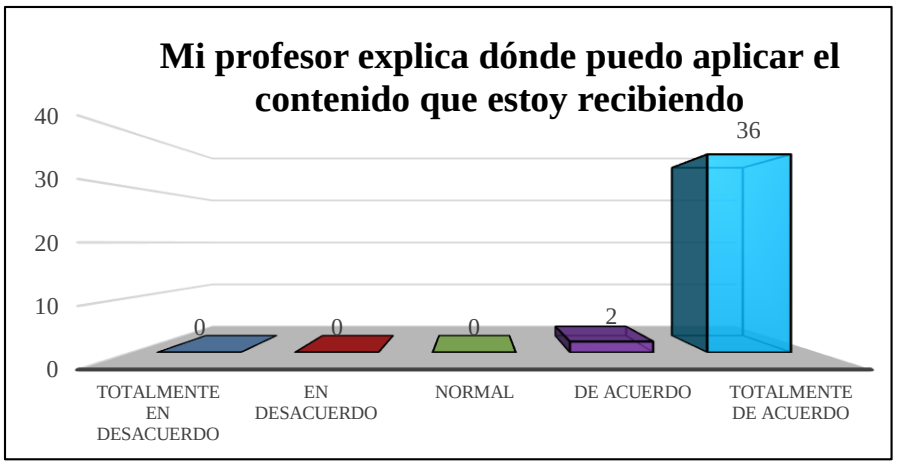
Figura 14 *Docente Retroalimenta su Clase*



Nota. El 73,68% del total de estudiantes está totalmente de acuerdo con que el docente retroalimenta lo aprendido, 13,16% de acuerdo y 13,16% normal, lo que implica una aceptación y aplicación correcta del procedimiento de impartir sus clases.

Fuente: Elaboración propia.

Figura 15 *Docente Explica Aplicación de Conceptos*

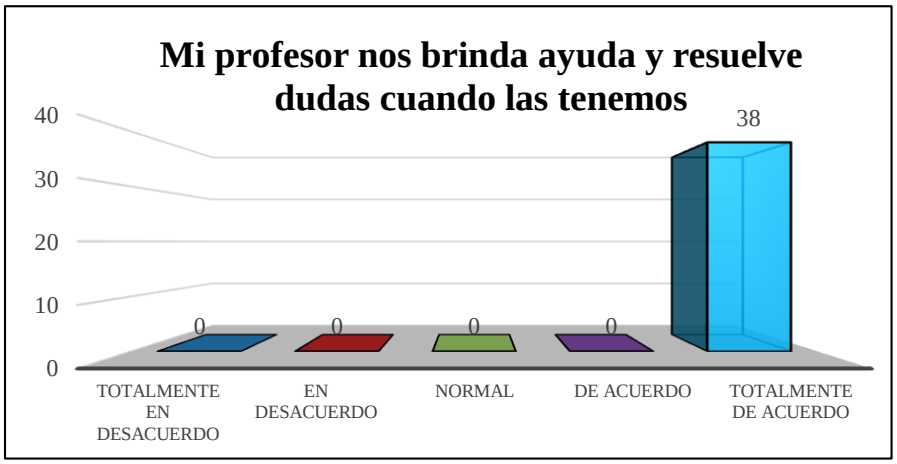


Nota. El 94,74% de los estudiantes está totalmente de acuerdo con que el docente da a conocer dónde aplicar los contenidos y su restante 5,26% de

acuerdo, lo que implica una aceptación y aplicación correcta del procedimiento de impartir sus clases.

Fuente: Elaboración propia.

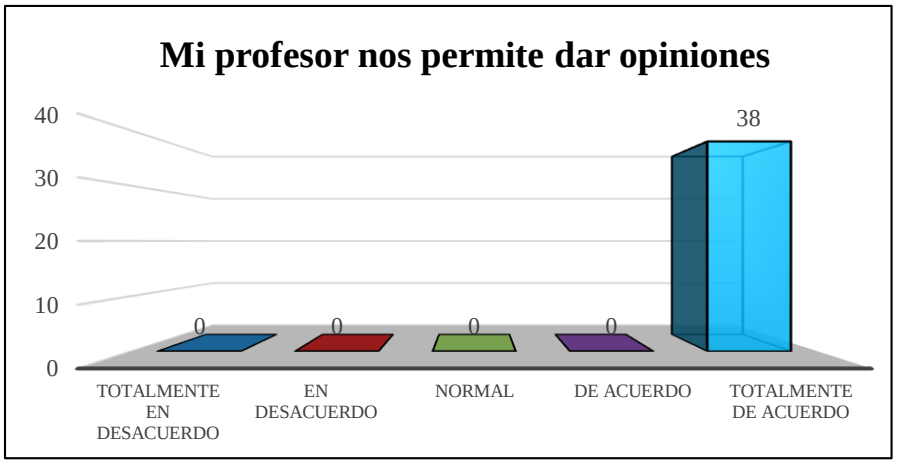
Figura 16 *El Docente Resuelve Dudas*



Nota. El 100% de los estudiantes está totalmente de acuerdo con que el docente brinda ayuda y resuelve dudas respecto de las clases cuando se tienen, lo que significa que el docente es empático y quiere que el estudiante comprenda por encima de .seguir una planificación.

Fuente: Elaboración propia.

Figura 17 *El Docente Escucha Opiniones*

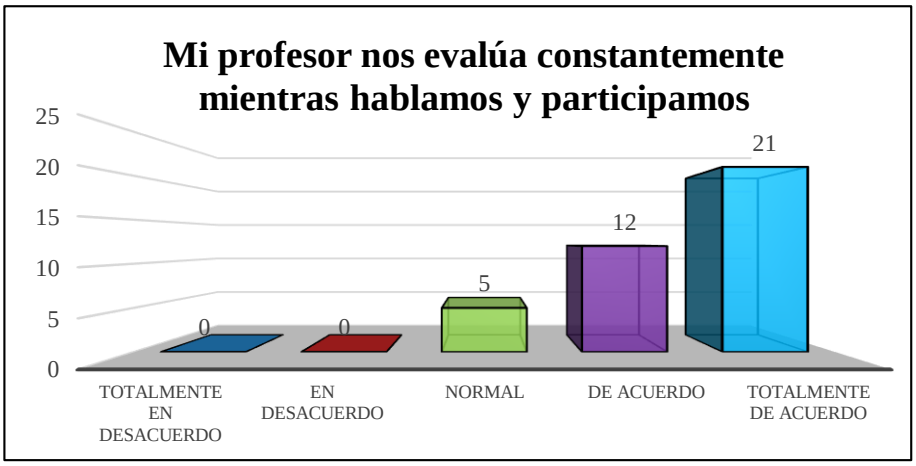


Nota. El 100% de los estudiantes está totalmente de acuerdo con que el docente brinda ayuda y resuelve dudas respecto de las clases cuando se

tienen, lo que significa que el docente es empático y quiere que el estudiante comprenda por encima de seguir una planificación.

Fuente: Elaboración propia.

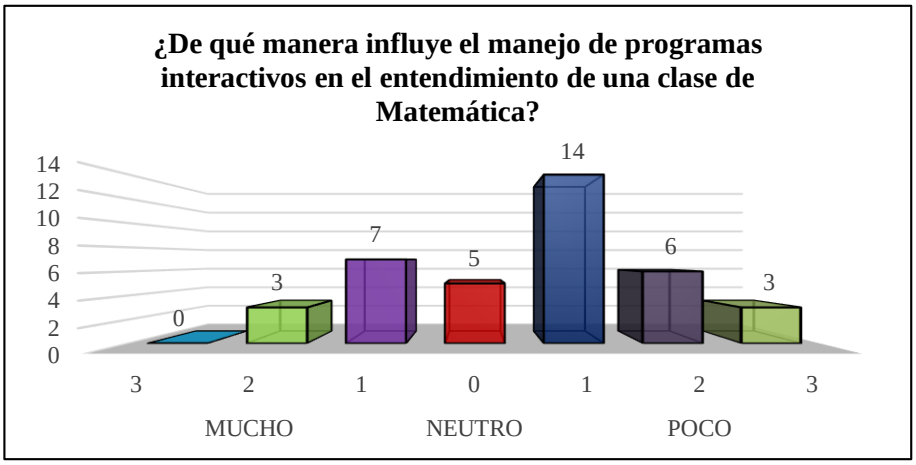
Figura 18 *El Docente Evalúa Constantemente*



Nota. El 55,26% de los estudiantes está totalmente de acuerdo con que el docente evalúa constantemente mientras los estudiantes participan, 31,58% de acuerdo y 13,16% normal, lo que da a entender que el docente aplica la estrategia metodológica frecuentemente para premiar el esfuerzo del estudiante.

Fuente: Elaboración propia.

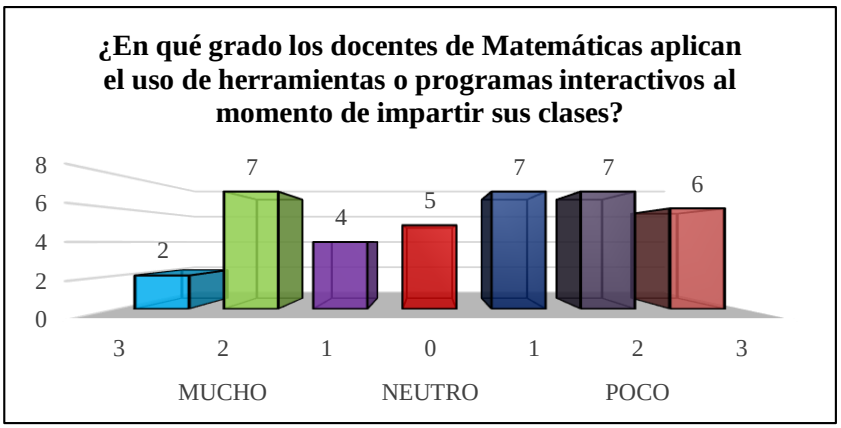
Figura 19 *Influencia de Programas Interactivos en el Aprendizaje*



Nota. El 60,52% de los estudiantes considera que es poco importante el uso de programas interactivos para entender la asignatura de Matemáticas, el 13,16% indica neutralidad y el restante 26,32% manifiesta que influye mucho en el manejo de programas interactivos para entender la asignatura y mejore su aprendizaje.

Fuente: Elaboración propia.

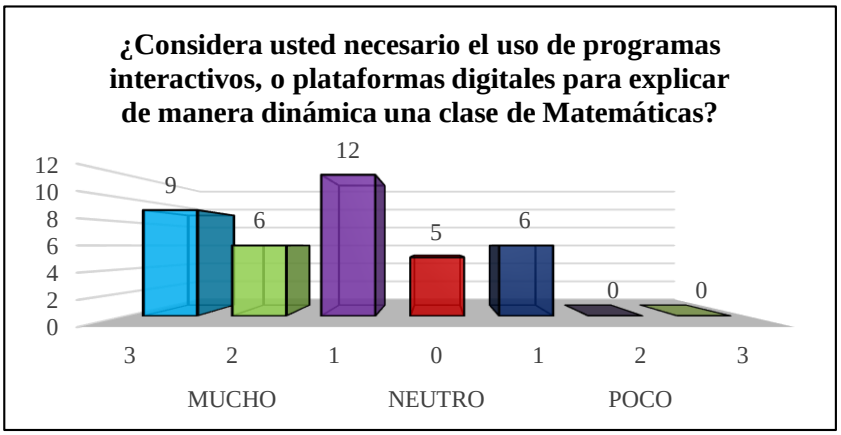
Figura 20 *Uso de Tic para Impartir la Clase*



Nota. El 52,63% de los estudiantes considera que los docentes de Matemáticas poco aplican las herramientas o programas interactivos para entender la asignatura, 13,16% en neutralidad y el restante 34,21% opinan que si aplican los programas interactivos en sus clases.

Fuente: Elaboración propia.

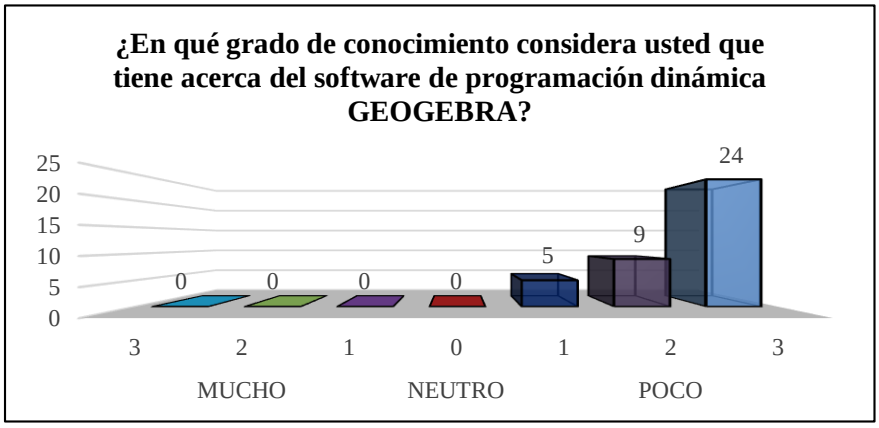
Figura 21 *Uso de Tic como Necesidad para Impartir Clases*



Nota. El 71,05% de los estudiantes considera que es muy importante el uso de programas interactivos para entender la asignatura de Matemáticas, el 15,79% indica que es poco necesario y el restante 13,16% se muestra imparcial.

Fuente: Elaboración propia.

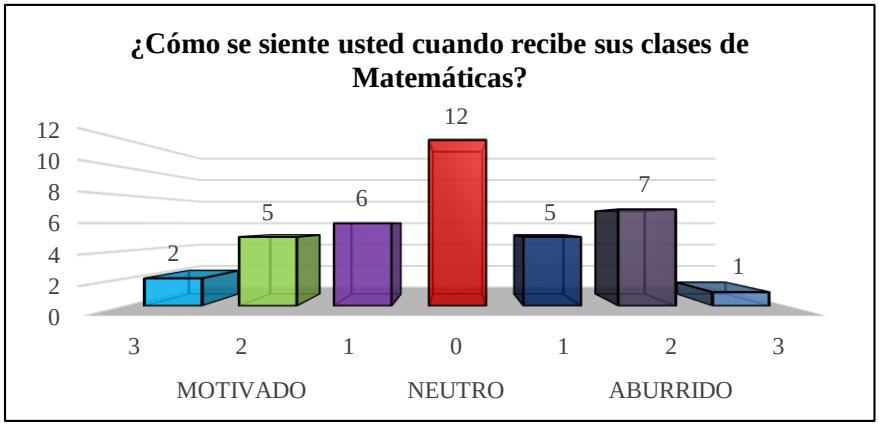
Figura 22 *Conocimiento del Estudiante acerca de GeoGebra*



Nota. El 63,15% de los estudiantes no tiene conocimiento acerca del *software* GeoGebra, el restante 36,84% conoce poco del *software*; lo que indica que los estudiantes deberían aprender a ejecutar para aplicarlo en los contenidos de la asignatura.

Fuente: Elaboración propia.

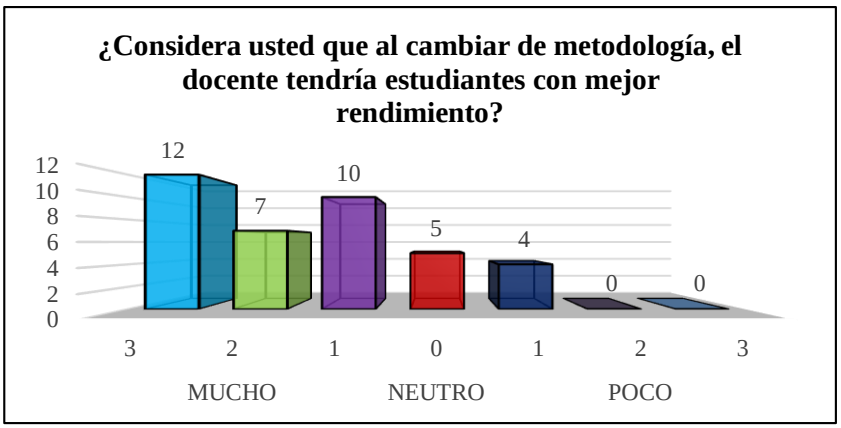
Figura 23 *Motivación para Recibir sus Clases*



Nota. La distribución de las opciones fue pareja, la mayor variación fue el 31,57% de los estudiantes tiene una opinión neutra y 13 estudiantes, es decir, el 34,21% cree que son aburridas, mientras que del otro lado, 13 estudiantes, es decir, el 34,21% cree que las clases son motivadoras, por cuanto hay un sesgo directo a la centralidad.

Fuente: Elaboración propia.

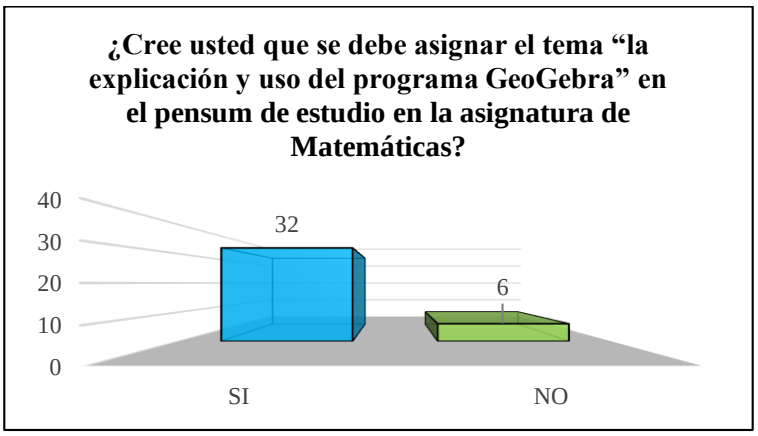
Figura 24 *Metodología para el Mejor Rendimiento de la Asignatura*



Nota. El 76,32% de los estudiantes considera que el docente debe cambiar completamente su metodología para aumentar el rendimiento de los estudiantes, el 13,16% se mantiene neutral y el 10,52%. Cree que si existen docentes que poco deben cambiar su metodología.

Fuente: Elaboración propia.

Figura 25 *GeoGebra como Asignatura al Pénsum de Estudio*



Nota. El 84,21% de los estudiantes considera que se debe añadir al pensum de estudios el análisis del programa GeoGebra como mecanismo para mejorar las calificaciones de la asignatura, y el restante 15,79% no está de acuerdo.

Fuente: Elaboración propia.

Con el fin de entender la tabla 5 se realiza el siguiente análisis de manera individual con cada opción de respuesta y se especifica su descripción a cada cuadro estadístico mostrado a partir de ahora como se muestran en las figuras 26, 27, 28, 29 y 30:

Tabla 5 *Capacidades Adquiridas con el Uso de GeoGebra*

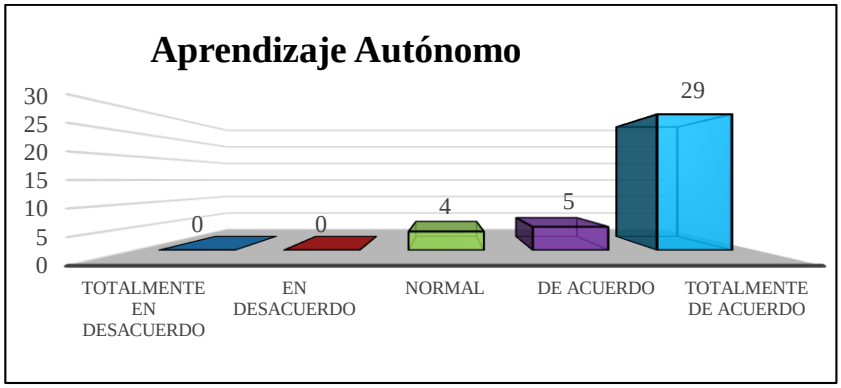
	Capacidades adquiridas con el uso del GeoGebra	Totalmente en desacuerdo	En desacuerdo	Normal	De acuerdo	Totalmente de acuerdo
A	Aprendizaje autónomo	0	0	4	5	29
B	Construye el conocimiento	0	0	0	4	34
C	Carácter interactivo	0	0	0	0	34
D	Identifica contenidos	0	0	0	0	34
E	Creatividad	0	0	5	12	17

Nota. Se observa que la explicación del docente permite hacer trabajar al estudiante.

Fuente: Elaboración propia.

De esta pregunta se obtiene el siguiente análisis de manera individual con cada opción de respuesta.

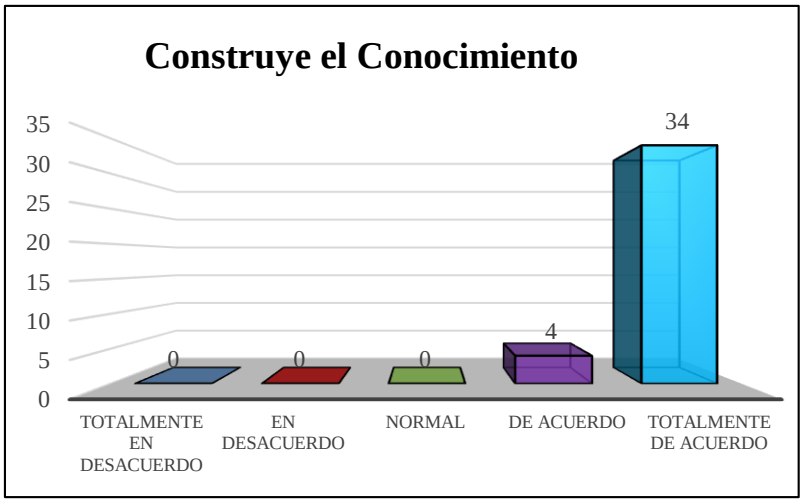
Figura 26 *Aprendizaje Autónomo*



Nota. Un 76,32% está totalmente de acuerdo con que el estudiante adquiere un aprendizaje autónomo, lo que evidencia su capacidad para auto educarse en casa con el uso del *software*.

Fuente: Elaboración propia.

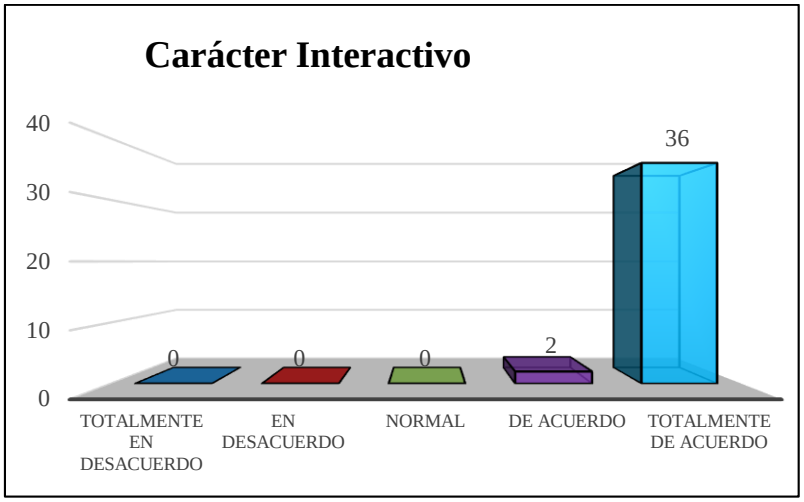
Figura 27 *Construye el conocimiento*



Nota. Un 89,47% está totalmente de acuerdo con que el estudiante construye su propio conocimiento al interactuar con contenidos a su libre ejercicio.

Fuente: Elaboración propia.

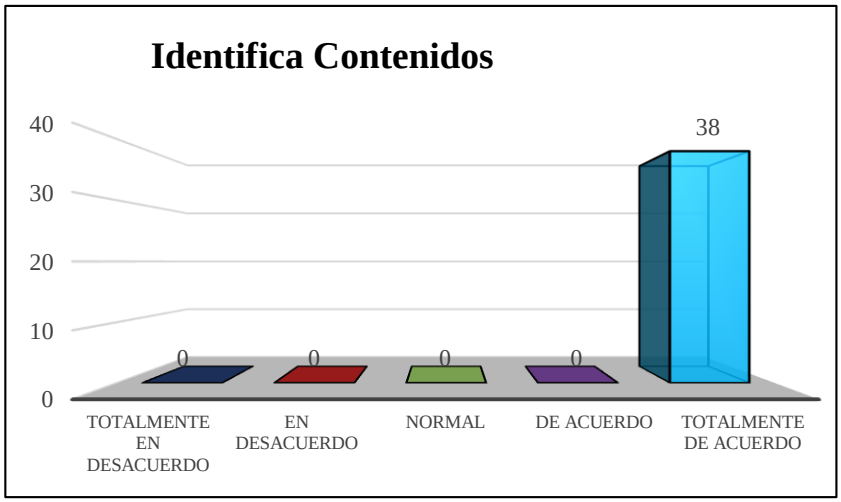
Figura 28 *Carácter Interactivo*



Nota. Un 94,74% está totalmente de acuerdo con que el estudiante adquiere un carácter interactivo y se introduce en el uso del programa por la operatividad de la tecnología a la cual entiende y conoce.

Fuente: Elaboración propia.

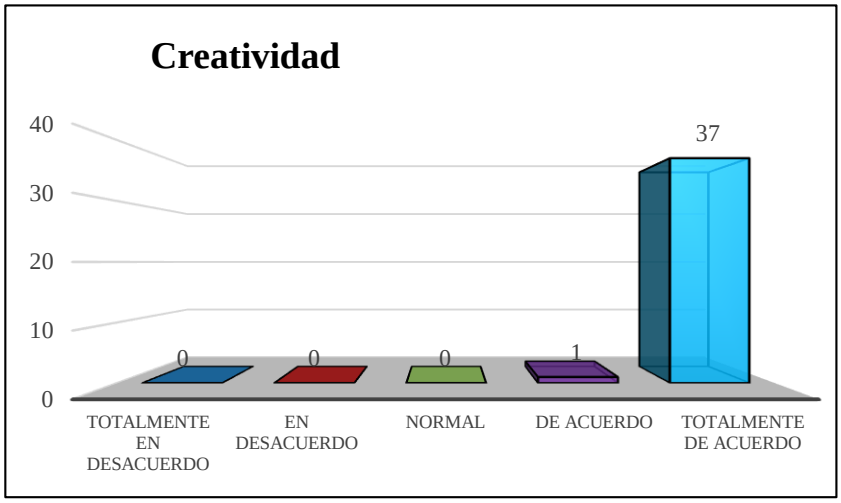
Figura 29 *Identifica contenidos*



Nota. El 100% de los estudiantes está totalmente de acuerdo con que se identifican los contenidos mediante el uso del programa, dando a entender la facilidad en el manejo del mismo.

Fuente: Elaboración propia.

Figura 30 *Creatividad*



Nota. Un 97,37% está totalmente de acuerdo con que el estudiante adquiere creatividad con el uso del programa puesto de que se puede aplicar en diversos ámbitos de la asignatura, así como también en asignaturas en las cuales se realicen este tipo de cálculos, como la Física, Química o Termodinámica.

Fuente: Elaboración propia.

3.4.4.2.Análisis de datos Test Inicial

Considerando los test de los 38 estudiantes en la resolución de ejercicios sobre el tema de álgebra lineal, se observa el siguiente puntaje sobre 10 puntos en la tabla 6 de frecuencia que se muestra a continuación.

Tabla 6 *Tabla de frecuencia con datos del Test Inicial*

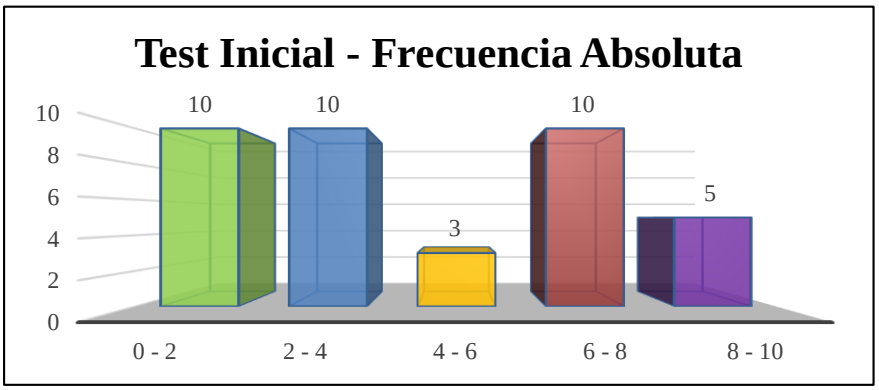
N°	Tipos de clase	Marca de clase	Frecuencia
1	0 – 2	1	10
2	2 - 4	3	10
3	4 - 6	5	3
4	6 - 8	7	10
5	8 - 10	9	5

Nota. Tomado de los datos del test inicial a través del formulario de Google Forms, se obtienen los datos en mención.

Fuente: Elaboración propia.

De los datos obtenidos se procede a calcular su frecuencia absoluta, absoluta acumulada, frecuencia relativa y relativa acumulada, así como los intervalos para los 38 estudiantes en estudio, obteniendo la siguiente información. (Ver figuras 31 y 32).

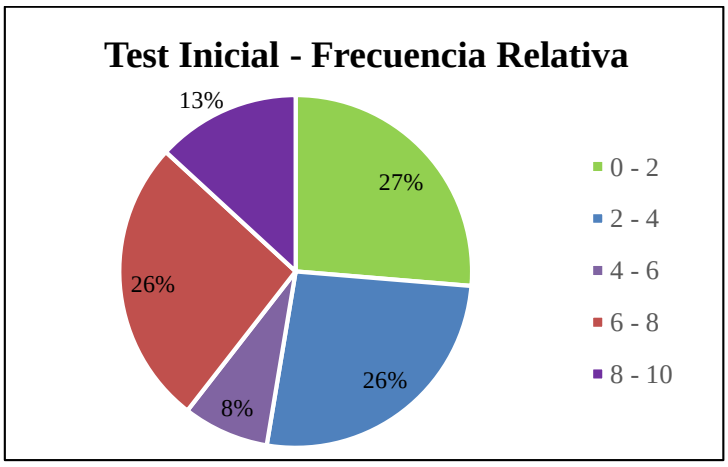
Figura 31 *Test Inicial - Frecuencia Absoluta*



Nota. Según el test tomado al inicio del estudio se puede concluir que 23 estudiantes tienen nota inferior a 7, por consiguiente No alcanzan los aprendizajes requeridos, y 15 si los alcanzaría.

Fuente: Elaboración propia

Figura 32 *Test Inicial - Frecuencia Relativa*



Nota. Según el test tomado al inicio del estudio se puede concluir que el 60,53% de estudiantes tiene nota inferior a 7, por consiguiente No alcanzan los aprendizajes requeridos, y un 39,47% si los alcanzaría.

Fuente: Elaboración propia.

Se puede concluir que los datos no son muy alentadores, las estrategias usadas por el docente de manera tradicional tiene un impacto negativo en la puntuación de los estudiantes, esto es un indicador de la decadencia de estudiantes por optar a una carrera afín a las Matemáticas.

3.4.4.3.Análisis de datos Test Final

Se realizó la explicación y aplicación de 5 actividades a los estudiantes sobre el tema de Algebra Lineal, gráficas de funciones reales y suma con funciones, dónde se expone mediante el programa GeoGebra el desarrollo de las mismas. En la primera actividad se explica la suma de funciones con sus respectivas gráficas y la relación entre ellas. En la segunda actividad se explica el producto de dos funciones reales. En la tercera actividad se explica sobre la ecuación vectorial de la recta en R3. En la cuarta actividad se evidencia la recta que pasa por dos puntos en R3 y en la quinta actividad se explica un ejercicio acerca de Ecuaciones Paramétrica de la recta en R3. Posterior a ello se realiza un análisis de los resultados de los ejercicios planteados a los estudiantes a través de las actividades.

PRIMERA ACTIVIDAD

Tema: *Gráfica de funciones Lineales, Suma de funciones.*

Tiempo: *60 minutos*

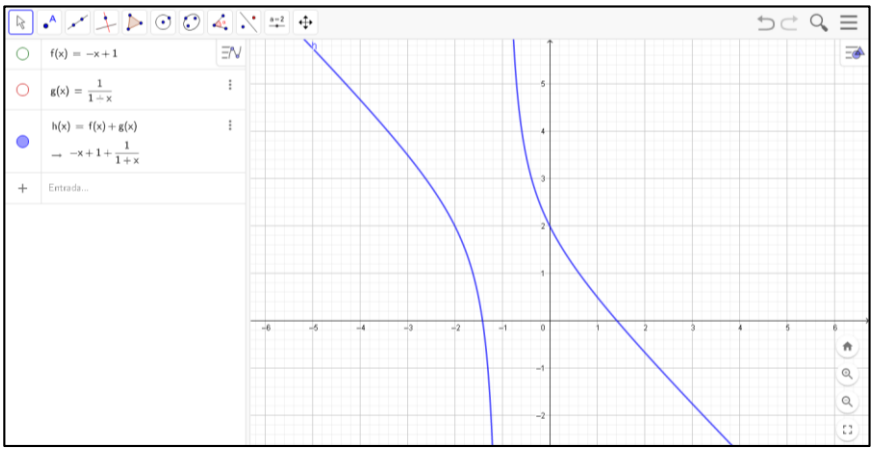
Destreza con criterio de desempeño:

Realizar las operaciones de suma y resta, multiplicación y división entre funciones reales, aplicando las propiedades de los números reales.

Desarrollo:

En esta actividad se procede a introducir el tema con preguntas aleatorias acerca del tema, posterior a ello se conjugan todos los criterios de los estudiantes para encontrar uno en común que exponga el caso, se procede posterior a ello a conceptualizar y exponer los ejercicios a través del programa GeoGebra como se muestra en la figura 33.

Figura 33 *Gráfica de Suma Entre dos Funciones Reales*



Nota. Vista gráfica de la suma de dos funciones reales.

Fuente: Elaboración propia.

Descripción de paso a paso de la actividad:

a. *Ir a la barra de entrada y escribir la función f(x), g(x)*
b. *En La barra de entrada colocar la suma de las funciones antes escritas como sigue: h(x)=f(x)+g(x)*
c. *Automáticamente se graficarán las tres funciones escritas, en este paso desactivamos las dos primeras, dando clic en los círculos junto a la fórmula descrita.*

d. *Exponemos la referencia de la suma de dos funciones y reales e indicamos la comparación al graficar de manera tradicional mediante una tabla de valores.*

SEGUNDA ACTIVIDAD

Tema: *Gráfica de funciones Lineales, Producto de funciones.*

Tiempo: *60 minutos*

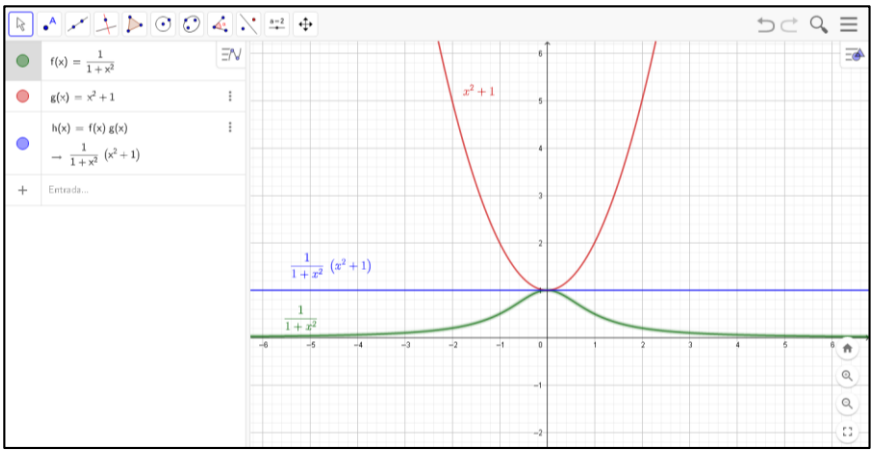
Destreza con criterio de desempeño:

Realizar las operaciones de adición y producto entre funciones reales, y el producto de números reales por funciones reales, aplicando propiedades de los números reales.

Desarrollo:

En esta actividad se procede a introducir el tema con preguntas aleatorias acerca del mismo, posterior a ello se conjugan todos los criterios de los estudiantes para encontrar uno en común que exponga el caso, se procede posterior a ello a conceptualizar y exponer los ejercicios a través del programa GeoGebra como se muestra en la figura 34.

Figura 34 *Gráfica de Producto de Dos Funciones Reales*



Nota. Vista gráfica de producto de dos funciones reales.

Fuente: Elaboración propia.

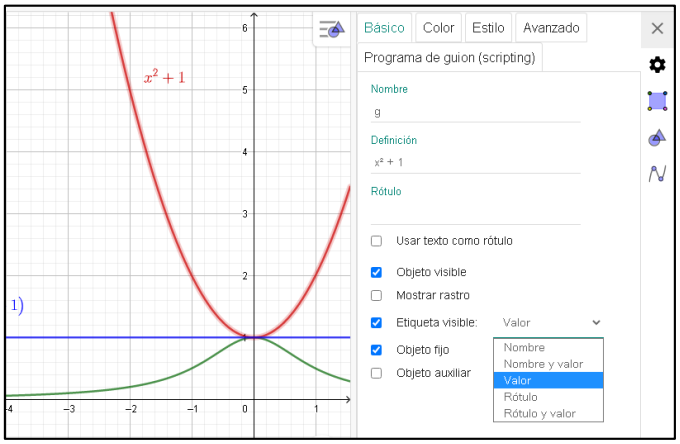
Descripción de paso a paso de la actividad:

a. *Ir a la barra de entrada y escribir la función f(x), g(x)*

b. *En La barra de entrada colocar el producto de las funciones antes escritas como sigue: h(x)=f(x)*g(x)*

c. *Automáticamente se graficarán las tres funciones escritas, en este paso damos clic derecho sobre cada gráfica y seleccionamos "propiedades", y seleccionamos en la flecha desplegable para elegir "valor" como se muestra en la figura 35.*

Figura 35 *Propiedades de una Gráfica*



Nota. Opción "propiedades" al dar clic derecho sobre una gráfica.

Fuente: Elaboración propia.

d. *Exponemos la referencia de la suma de dos funciones y reales e indicamos la comparación al graficar de manera tradicional mediante una tabla de valores.*

TERCER ACTIVIDAD

Tema: *Ecuación Vectorial de la recta en R3.*

Tiempo: *60 minutos*

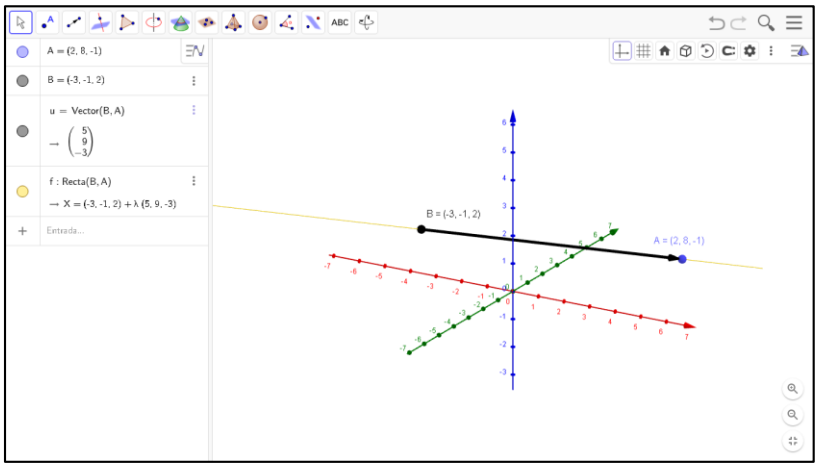
Destreza con criterio de desempeño:

Escribir una ecuación vectorial y paramétrica de una recta y reconócelas a partir de un punto en la recta y de un vector director, o a partir de dos puntos de la recta, y graficarlas en R3.

Desarrollo de la actividad:

En esta actividad se procede a introducir el tema con preguntas aleatorias acerca del tema, posterior a ello se conjugan todos los criterios de los estudiantes para encontrar uno en común que exponga el caso, se procede posterior a ello a conceptualizar y exponer los ejercicios a través del programa GeoGebra como se muestra en la figura 36.

Figura 36 *Gráfica de Vector entre Dos Puntos en R3*



Nota. Vista en 3D de dos vectores en el plano R3.

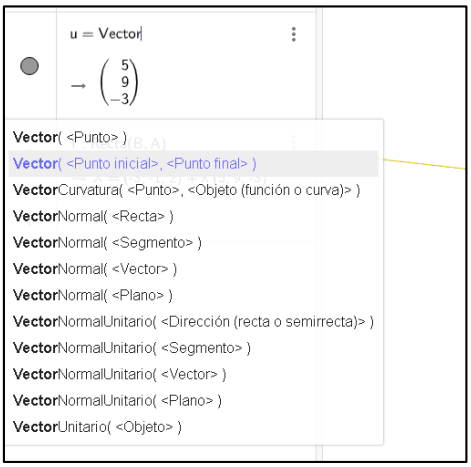
Fuente: Elaboración propia.

Descripción de paso a paso de la actividad:

a. Ir a la barra de entrada y escribir los vectores A y B.

b. *En La barra de entrada escribir "vector" para que aparezca el menú desplegable mostrado en la figura 37, y ubicar el punto inicio "B" y punto final "A".*

Figura 37 *Valores de Entrada a la Palabra "Vector"*

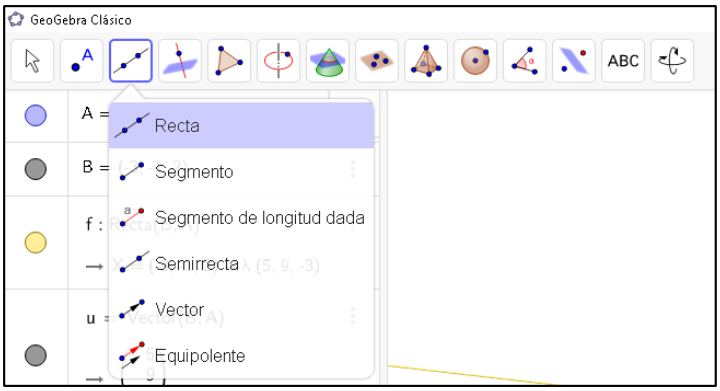


Nota. Cuadro con valores de entrada a la palabra vector.

Fuente: Elaboración propia

c. *En el menú de herramientas buscamos la opción "Recta" como se muestra en la figura 38, y unimos los puntos "A" y "B" que se encuentran en el plano R3.*

Figura 38 *Barra de Herramientas, Opción "Recta"*



Nota. Opción "recta" encontrada en el menú de herramientas.

Fuente: Elaboración propia.

d. Se realiza la explicación y conceptualización de los contenidos sugeridos.

CUARTA ACTIVIDAD

Tema: *Recta que pasa por dos puntos en R3*

Tiempo: *60 minutos*

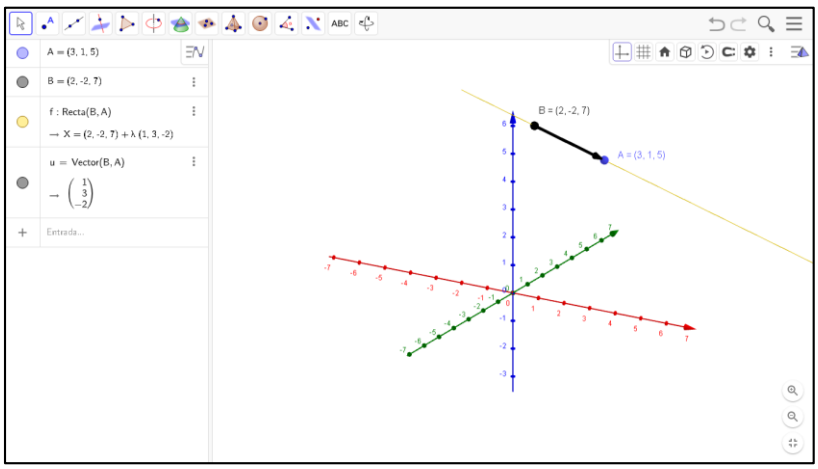
Destreza con criterio de desempeño:

Escribir una ecuación vectorial y paramétrica de recta y reconocerla a partir de un punto en la recta y un vector director, o a partir de dos puntos de la recta, y graficarlas en R3.

Desarrollo de la actividad:

En esta actividad se procede a introducir el tema con preguntas aleatorias acerca del tema, posterior a ello se conjugan todos los criterios de los estudiantes para encontrar uno en común que exponga el caso, se procede posterior a ello a conceptualizar y exponer los ejercicios a través del programa GeoGebra como se muestra en la figura 39.

Figura 39 *Gráfica de Vector entre Dos Puntos en R3*



Nota. Vista en 3D de dos vectores en el plano R3.

Fuente: Elaboración propia.

Descripción de paso a paso de la actividad:

a. *Ir a la barra de entrada y escribir los vectores A y B.*
b. *En La barra de entrada escribir "vector" para que aparezca el menú desplegable mostrado en la figura 37, y ubicar el punto inicio "B" y punto final "A".*
c. *En el menú de herramientas buscamos la opción "Recta" como se muestra en la figura 38, y unimos los puntos "A" y "B" que se encuentran en el plano R3.*
d. *Se realiza la explicación y conceptualización de los contenidos sugeridos.*

QUINTA ACTIVIDAD

Tema: *Ecuaciones paramétricas de la recta en R3*

Tiempo: *60 minutos*

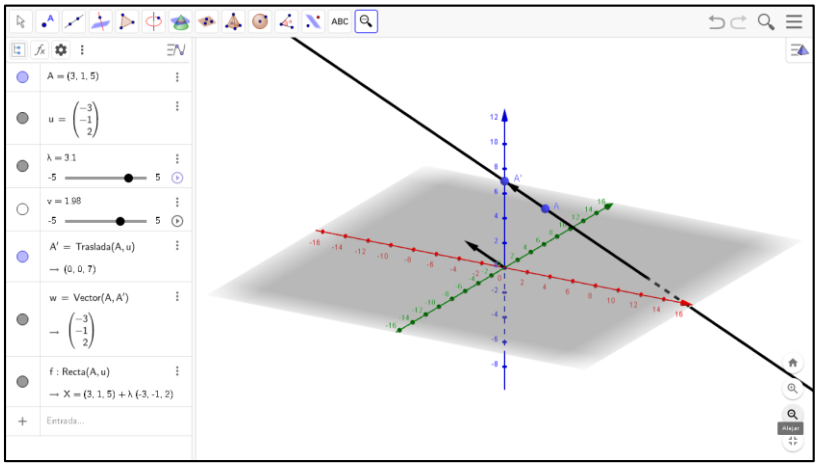
Destreza con criterio de desempeño:

Escribir una ecuación vectorial y paramétrica de recta y reconócela a partir de un punto en la recta y un vector director y graficarlas en R3.

Desarrollo de la actividad:

En esta actividad se procede a introducir el tema con preguntas aleatorias acerca del tema, posterior a ello se conjugan todos los criterios de los estudiantes para encontrar uno en común que exponga el caso, se procede a conceptualizar y exponer los ejercicios a través del programa GeoGebra como se muestra en la figura 40.

Figura 40 *Gráfica de Vector entre Dos Puntos en R3*



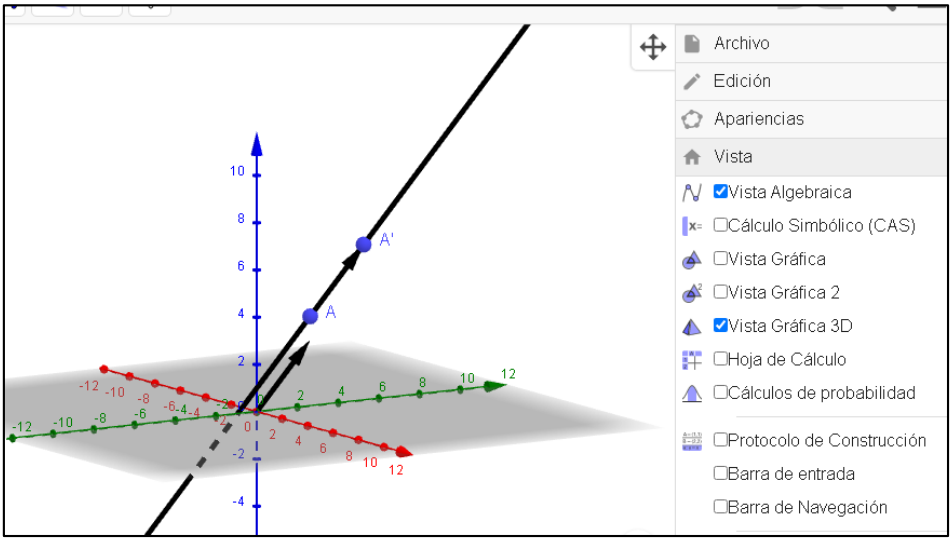
Nota. Vista en 3D de dos vectores en el plano R3.

Fuente: Elaboración propia.

Descripción de paso a paso de la actividad:

a. Ir a la barra superior derecha y dar clic en Vista Gráfica 3D y Vista Gráfica 2. (Ver figura 41)

Figura 41 *Ícono Vista, Vista gráfica 3D, Vista gráfica 2*



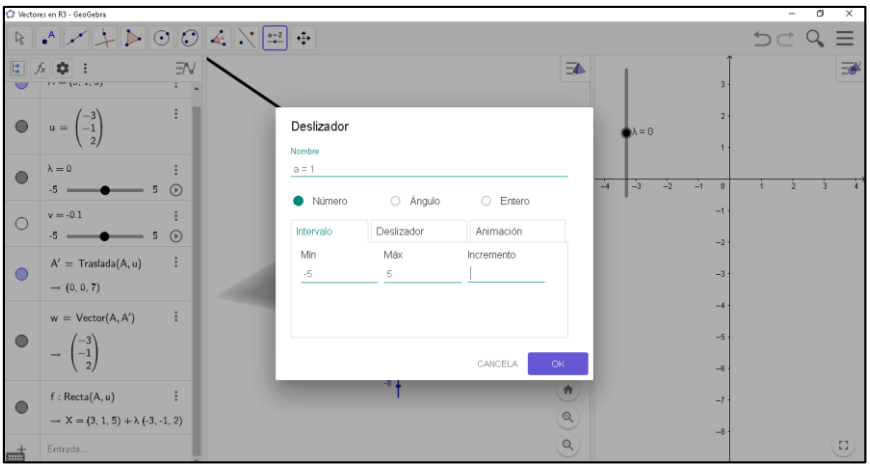
Nota. Menú Desplazable "Vista"

Fuente: Elaboración propia.

b. *En La barra de entrada escribe el punto A = (3, 1, 5), luego escribe el vector u = (-1, -3, 2). En Vista Algebraica aparecerán las coordenadas del punto y en Vista Gráfica 3D se observan el punto y el vector.*

c. *Se procede a dar clic en Vista Gráfica 2, seleccionamos de la barra de herramientas Deslizadores, escribe en Nombre "lambda λ", en Intervalo de –5 a 5, Incremento 0,1; en Deslizador vertical. Aparece el deslizador en Vista Gráfica 2, como se muestra en la figura 42.*

Figura 42 *Ícono Deslizador de la Vista Gráfica 2*



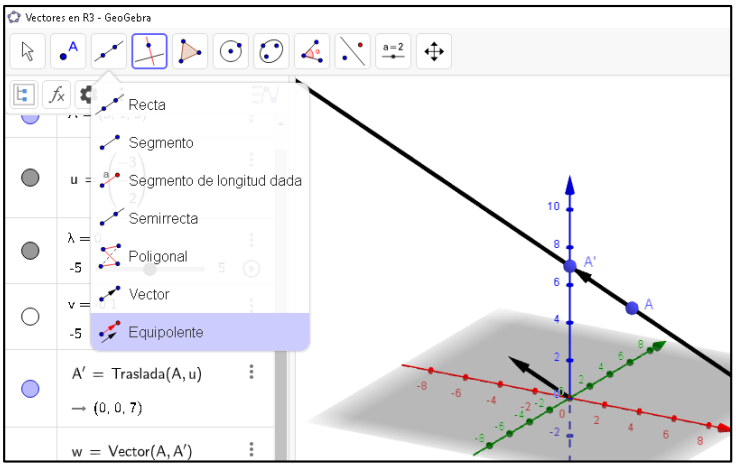
Nota. Opción deslizador de la barra herramientas de la Vista Gráfica 2.

Fuente: Elaboración propia.

d. *En la barra de entrada se escribe v = u* v. De esta manera se vincula el gráfico con el deslizador.*

e. Con la herramienta Vector equipolente, da clic sobre el vector v y el punto P. Aparecerá el vector equipolente, como se indica la figura 43.

Figura 43 *Ícono Vector Equipolente de la Vista Gráfica 2*

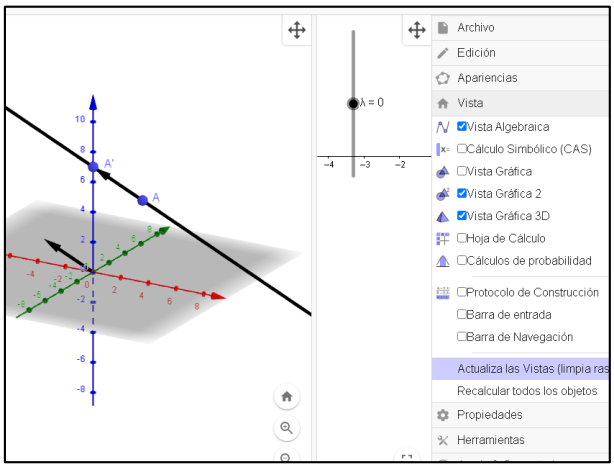


Nota. Menú desplegable de Rectas donde se encuentra la opción "Equipolente".

Fuente: Elaboración propia.

f. Actualizamos las vistas y limpiamos rastro en el menú de la parte superior izquierda, como se muestra en la figura 44.

Figura 44 *Ícono Actualizar Vistas y Limpiar Rastro*



Nota. Menú desplegable e ícono "actualizar vistas y limpiar rastro".

Fuente: Elaboración propia.

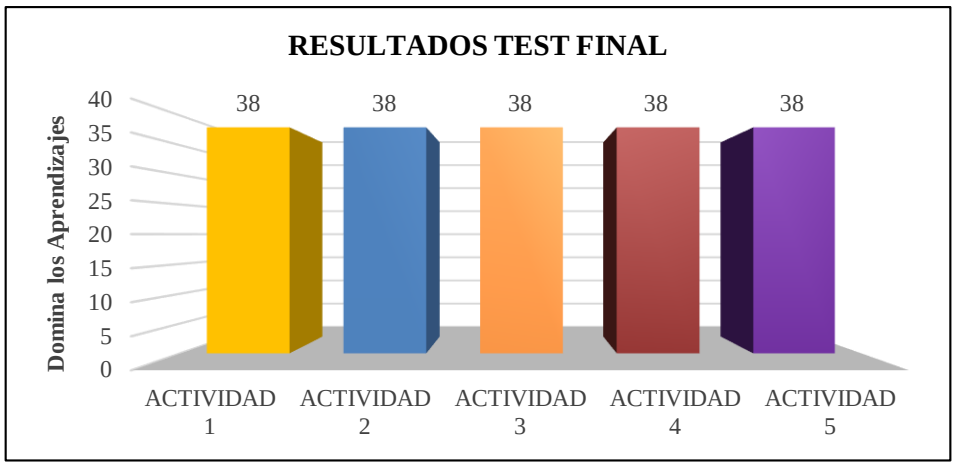
g. *Seleccionamos "recta paralela", y damos clic sobre el vector u y el punto A. En Vista Gráfica 3D aparece la recta y en Vista Algebraica aparece la ecuación de la recta en la forma* $\vec{x} = A + \lambda\vec{u}$.

h. *Verificamos si algún punto dado corresponde a la recta colocándolo en la entrada de datos.*

ANÁLISIS DE TEST FINAL

A los 38 estudiantes a los cuales se les realizó el test se pudo demostrar que el 100% de los mismos cumplió a cabalidad con las actividades de los ejercicios, mejorando considerablemente su aprovechamiento. (Ver figura 45).

Figura 45 *Resultados de Test Final*



Nota. Resultados del test final, los 38 estudiantes dominan los aprendizajes requeridos en las diferentes actividades.

Fuente: Elaboración propia.

Capítulo 4. Conclusiones y recomendaciones

Al hacer el análisis como estrategia metodológica para la mejora del rendimiento de la asignatura de matemáticas y la incidencia de la aplicación GeoGebra en los estudiantes de tercer año de bachillerato, sección vespertina de la Unidad Educativa Fiscal Tarqui en el periodo 2021 – 2022, se evidencia en los estudiantes la búsqueda de su autoformación, la eficacia de los contenidos y el perfeccionamiento de sus habilidades en álgebra lineal.

Se recomienda favorecer el análisis crítico, razonamiento lógico y la creación de procesos en base a teoremas y axiomas matemáticos como estrategia para que los estudiantes de tercer año de bachillerato tengan mayores puntajes en el ingreso a la educación superior.

La educación pública es considerada de poca calidad, obsoleta, incipiente, y con estrategias que poco atraen la atención del estudiante. En ella se observa que las asignaturas con mayor grado de dificultad para la aprehensión del conocimiento son las llamadas ciencias exactas. Así pues la experimentación mediante el cálculo y la resolución de problemas son primordiales para la explicación de los contenidos, sin embargo, la complejidad de los mismos repercute en la falta de entendimiento, y esto sumado a la falta de motivación y una estructura pedagógica sin didáctica o poca metodológica hacen que los resultados no sean nada satisfactorios al ingresar a una carrera universitaria.

En el presente TFM se elaboraron contenidos mediante las estrategias metodológicas usadas normalmente de forma virtual a través de pizarra digital en las clases sincrónicas vía Microsoft Teams y así mismo se recomienda la explicación de los procesos mediante la aplicación del programa GeoGebra, con el diseño directo de las

actividades de tal manera que los estudiantes contrastaron las estrategias y pudieron detectar la técnica que mejor les permitió entender los contenidos.

En el presente proyecto se evidencia la mejora de los resultados presentados al comparar el test inicial y el test final, al analizar los resultados de la aplicación de las dos estrategias de aprendizaje. En este análisis se puede demostrar que el estudiante desarrolla la creatividad, el aprendizaje autónomo, construye el conocimiento, fomenta el carácter interactivo e identifica contenidos.

Se contrasta de esta manera la información obtenida como estrategia metodológica aplicada, donde las estrategias tradicionales sin el manejo de herramientas tecnológicas influyen significativamente en el aprendizaje del estudiante de bachillerato y además se da a entender que no sólo se puede aplicar el uso de la plataforma GeoGebra por motivo de desarrollarse dentro de una clase virtual, sino también como técnica para visualizar y dar camino a que el estudiante construya por si solo el conocimiento.

Se logró determinar que los estudiantes que rindieron el test tomado al inicio del estudio el 60,53% tenían nota inferior a 7, es decir, no alcanzaba los aprendizajes requeridos, sin embargo, el 100% de los estudiantes dominan los aprendizajes requeridos al resolver las cinco actividades planteadas de forma eficaz, correcta y con la gráfica respectiva al aplicar el uso de la aplicación GeoGebra.

Se ejecutó de manera óptima el test de contenidos con las actividades relacionadas al tema de Algebra Lineal, donde se evidenció una totalidad de estudiantes con conocimientos construidos por sí mismos y de manera correcta.

Se recomiendan cinco actividades didácticas con el uso de la aplicación GeoGebra como metodología aplicable en la asignatura de matemáticas, de tal manera

que sean añadidos en el pensum de la asignatura durante el siguiente año lectivo para aplicar en el tercer año de bachillerato.

Referencias bibliográficas

Algebra Lineal, .. (2022). *Wikipedia*. Obtenido de Wikipedia: https://es.wikipedia.org/wiki/%C3%81lgebra_lineal#:~:text=El%20%C3%A1lgebra%20lineal%20es%20una,vectoriales%20y%20sus%20transformaciones%20lineales.

Arteaga, E., Medina, J., & del Sol Martínez, J. (2019). El Geogebra: una herramienta tecnológica para aprender Matemática en la Secundaria Básica haciendo matemática. 15(70), 102-108. Obtenido de http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1990-86442019000500102#:~:text=El%20programa%20GeoGebra%20fue%20ideado,la%20Universidad%20de%20Salzburgo%2C%20Austria.

Asamblea Nacional, C. (2008). Constitución de la República del Ecuador. En *Constitución de la República del Ecuador.* (págs. (449), 125). Montecristi: Registro Oficial. Recuperado el 2019. Obtenido de https://www.oas.org/juridico/pdfs/mesicic4_ecu_const.pdf

Asprilla, Y., Restrepo, K., & Arcila, C. (2015). La comprensión del concepto de derivada mediante el uso de GeoGebra como propuesta didáctica. *RECME-Revista Colombiana de Matemática Educativa*, 1(1), 125-130. Obtenido de http://ojs.asocolme.org/index.php/RECME/article/view/31

Avecilla, F., Barahona, B., Ponce, B., & Barahona, B. (2015). GeoGebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil. *Revista Tecnológica-ESPOL*, 28(5). Obtenido de http://www.rte.espol.edu.ec/index.php/tecnologica/article/view/429

Azizah, A., Kusmayadi, T., & Fitriana, L. (2021). he Effectiveness of *Software* GeoGebra to Improve Visual Representation Ability IOP. (1808 (1), art. no. 012059.). Obtenido de https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-85103434654&doi=10.1088%2f1742-6596%2f1808%2f1%2f012059&partnerID=40&md5=32be39573757d791d9e047b48dafcf72

Bello, J. (2013). 2013). Mediación del *software* Geogebra en el aprendizaje de programación lineal en alumnos del quinto grado de educación secundaria. Obtenido de chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/viewer.html?pdfurl=https%3A%2F%2Ftesis.pucp.edu.pe%2Frepositorio%2Fbitstream%2Fhandle%2F20.500.12404%2F4737%2FBELLO_DURAND_JUDITH_MEDIACION_SECUNDARIA.pdf%3Fsequence%3D1%26isAllowed%3Dy&clen=4816059

Benites, G., Herrera, A., Salas, C., & Cuenca, J. (2009). Representación de las Funciones Trigonométricas en el *Software* Educativo como es el Programa Geogebra. *Revista de Informática Educativa y Medios Audiovisuales*, 6(12), 13-17. Obtenido de chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/viewer.html?pdfurl=http%3A%2F%2Flaboratorios.fi.uba.ar%2Flie%2FRevista%2FArticulos%2F060612%2FA4jul2009.pdf&clen=181516&chunk=true

Cardeño, J., & Córdoba, F. (2013). *Innovación en la enseñanza de las matemáticas. Uso de Geogebra. Textos Académicos.* Medellín, Colombia: Fondo Editorial ITM. Obtenido de chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/viewer.html?pdfurl=https%3A%

2F%2Frepositorio.itm.edu.co%2Fbitstream%2Fhandle%2F20.500.12622%2F1789%2FINNOVACION%2520EN%2520LA%2520ENSENANZA%2520DE%2520LAS%2520MATEMATICAS.pdf%3Fsequence%3D1%26isAllowed%3

Cruz, M. (2019). Aprendiendo a plantear nuevos problemas. Una Experiencia con GeoGebra. *Sección 4 / El pensamiento del profesor, sus prácticas y elementos para su formación profesional, 32*(1). Obtenido de http://funes.uniandes.edu.co/13955/

Espina, P. (2006). Geogebra. Números. *Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 64, 19-24. Obtenido de http://www.sinewton.org/numeros/numeros/64/ideas_03.pdf

García, J., & Izquierdo, S. (2017). GeoGebra, una propuesta para innovar el proceso enseñanza-aprendizaje en matemáticas. *Revista electrónica sobre tecnología, educación y sociedad*, 4(7). Obtenido de http://www.ctes.org.mx/index.php/ctes/article/view/654

García, M. D. (2011). Evolución de actitudes y competencias matemáticas en estudiantes de secundaria al introducir Geogebra en el aula. *Doctoral dissertation, Universidad de Almería*, 46. Obtenido de http://funes.uniandes.edu.co/1768

Gay, M., Tito, J., & San Miguel, S. (2014). GeoGebra como facilitador del estudio de funciones de variable real. . Obtenido de http://www.oei.es/historico/congreso2014/memoriactei

GeoGebra. (1 de febrero de 2022). *Wikipedia*. Obtenido de GeoGebra: https://es.wikipedia.org/wiki/GeoGebra#cite_note-36

González, M. (2013). *Iniciación a Geogebra. Google Sites.* Obtenido de Iniciación a Geogebra. Google Sites.: https://sites.google.com/site/geogebra1112/caracteristicas-de-geogebra

Guzmán, J., Olivares, N., Olivares, N., & Ibarra, J. (2020). Uso de herramientas digitales para la enseñanza de las matemáticas en la estrategia "aprende en casa". *MICA*, *3*(6), 3(6). Obtenido de http://mica.tecnocientifica.com.mx/index.php/mica/article/view/38/19

Halim, A., Hamid, A., Zainuddin, Nurulwati, Herman, & Irwandi. (2021). Application of GeoGebra media in teaching the concept of particle kinematics in 1D and 2D. *AIP Conference Proceedings*, 2331, art. no. 030015. doi:https://doi.org/10.1063/5.0041624

Huda, R., & Qohar, A. (2021). Student activeness and understanding in mathematics learning using GeoGebra application on the trigonometry ratio topic. *AIP Conference Proceedings*, 2330, art. no. 040034. doi:https://doi.org/10.1063/5.0043140

Hung, E., Sartori, A., Cobos, J., & Iriarte, F. (2015). Factores asociados al uso de las TIC como herramientas de enseñanza y aprendizaje en Brasil y Colombia. ISBN: 978-958-741-633-6. Obtenido de https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=z2s2CwAAQBAJ&oi=fnd&pg=PP1&dq=Hung,+E.,+Sartori,+A.,+Cobos,+J.,+%26+Iriarte,+F.+(2015).+Factores+asociados+al+uso+de+las+TIC+como+herramientas+de+ense%C3%B1anza+y+aprendizaje+en+Brasil+y+Colombia.+ISBN:+978-958-7

Isaac, A., García, J., & G., J. (2003). *Problemas resueltos de álgebra lineal.* Edicions de la Universitat de Lleida. Obtenido de

https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=aK76GMD08EIC&oi=fnd&pg=PA1&dq=Isaac,+A.,+Garc%C3%ADa,+J.,+%26+G.,+J.+(2003).+Problemas+resueltos+de+%C3%A1lgebra+lineal.+Edicions+de+la+Universitat+de+Lleida.&ots=3LUzxma2-G&sig=qVCOCUEjXRIv_Rkru3HglcXrO4Q

Kilpatrick, J. (1990). Lo que el constructivismo puede ser para la educación de la matemática. *Educar*, 37-52. Obtenido de https://www.raco.cat/index.php/Educar/article/download/42231/90180/

Ministerio de Educación. (2020). *Texto integrado de Tercero BGU.* Ecuador: Editorial Don Bosco. Obtenido de chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/viewer.html?pdfurl=https%3A%2F%2Fbibliotecaia.ism.edu.ec%2FMINEDUC%2F3b%2F3bgu-Bio-Fis-Quim-F1.pdf&clen=51162654&chunk=true

Monterroza, L. (2021). GeoGebra y el desarrollo del pensamiento espacial: una oportunidad de innovación en la práctica educativa. *5(4)*, 4388-4405. doi:https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v5i4.627

Mora, J. C. (Mayo de 2020). Geogebra como herramienta de transformación educativa en Matemática. *Mamakuna Revista de divulgación de experiencias pedagógicas*. Obtenido de https://1library.co/title/geogebra-para-la-ensenanza-de-la-matematica-y-su-incidencia-en-el-rendimiento-academico-estudiantil

Mosese, N., & Ogbonnaya, U. (2021). GeoGebra and students' learning achievement in trigonometric functions graphs representations and interpretations. *Cypriot Journal of Educational Sciences,* 16 (2), pp. 827-846. Obtenido de https://doi.org/10.18844/cjes.v16i2.5685

Orozco, C. M. (2017). *Objetos de Aprendizaje con eXeLearning y GeoGebra para la definición y representación geométrica de operaciones con vectores y sus aplicaciones.*, 38. Obtenido de https://redined.mecd.gob.es/xmlui/handle/11162/180463

Pamungkas, M., Rahmawati, F., & Apriliyani, M. (2021). *Teaching spatial geometry with geogebra: Can it improve the problem-solving skills of prospective mathematics teachers?* (1918 (4), art. no. 042082. ed.). Journal of Physics: Conference Series. Obtenido de https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-85108578029&doi=10.1088%2f1742-6596%2f1918%2f4%2f042082&partnerID=40&md5=7dbe230922b229faafc918be26899686

Rahman, O., Usman, & Johar, R. (2021). Improving high school students' critical thinking ability in linear programming through problem based learning assisted by GeoGebra. *Journal of Physics: Conference Series*, 1882 (1) art. no. 012070. Obtenido de https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-85105948830&doi=10.1088%2f1742-6596%2f1882%2f1%2f012070&partnerID=40&md5=fffbb912cec543dc583fc4569bf52f71

Ramón, J. (2015). Enseñanza y aprendizaje de la programación lineal utilizando geogebra y phpsimplex en el quinto grado de educación secundaria. 24. Obtenido de https://hdl.handle.net/20.500.13080/2061

Souza, L. (2014). Uma proposta para o ensino da geometria espacial usando o Geogebra 3D. *Universidad Estatal de Paraíba*. doi:http://tede.bc.uepb.edu.br/jspui/handle/tede/2112

Tamam, B., & Dasari, D. (2021). The use of Geogebra *software* in teaching mathematics. *Journal of Physics: Conference Series,*, 1882 (1), art. no. 012042. Obtenido de https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-85105965416&doi=10.1088%2f1742-6596%2f1882%2f1%2f012042&partnerID=40&md5=db48d5817fee740ce8305ddfe30bdb8a

Téliz, F. (2015). Uso didáctico de las TIC en las buenas prácticas de enseñanza de las matemáticas: Estudio de las opiniones y concepciones de docentes de educación secundaria en el departamento de Artigas. *Scielo. Cuadernos de investigación educativa*, 6(2), 13-3. doi:http://dx.doi.org/10.18861/cied.2015.6.2.34

Toro, J. (2017). Modelación en física con GeoGebra. *Universidad de los Andes*, 299-310. doi:http://funes.uniandes.edu.co/20483/

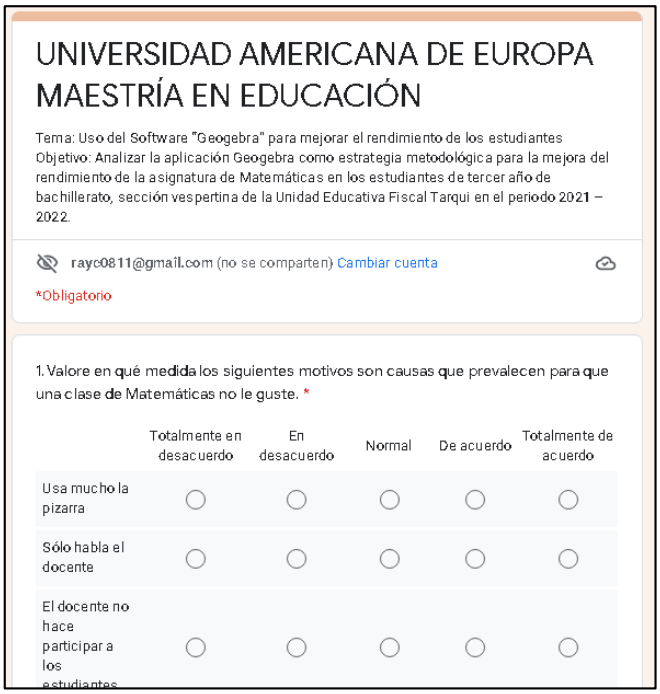
Torres, J., Torres, M., & Austral, P. (2016). Estrategias Pedagógicas Con TICS Para Enseñanza De La Física En Nivel Medio. *Avances en Matemática Educativa Tecnología y Matemáticas*, NO., 42. Obtenido de chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/viewer.html?pdfurl=https%3A%2F%2Fwww.mpme.cicata.ipn.mx%2Fcongreso%2Fmoodle%2Fpluginfile.php%2F4433%2Fmod_label%2Fintro%2FAvances%2520en%2520Matematica%2520Educativa%2520Tecnologia%2520y%2520matematicas%

Vygotsky, L. (1978). Mind in society: The development of higher psychological processes. *Harvard University Press.* Obtenido de

https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=RxjjUefze_oC&oi=fnd&pg=PA1&dq=Vygotsky,+L.+(1978).+Mind+in+society:+The+development+of+higher+psychological+processes.+Harvard+University+Press.+&ots=ojz0T-r09o&sig=2PCvhni29IGvUzRnmk9yfJyUuts

Apéndices

Apéndice A. Encuesta de valoración a estudiantes



UNIVERSIDAD AMERICANA DE EUROPA
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

Tema: Uso del Software "Geogebra" para mejorar el rendimiento de los estudiantes
Objetivo: Analizar la aplicación Geogebra como estrategia metodológica para la mejora del rendimiento de la asignatura de Matemáticas en los estudiantes de tercer año de bachillerato, sección vespertina de la Unidad Educativa Fiscal Tarqui en el periodo 2021 – 2022.

rayc0811@gmail.com (no se comparten) Cambiar cuenta

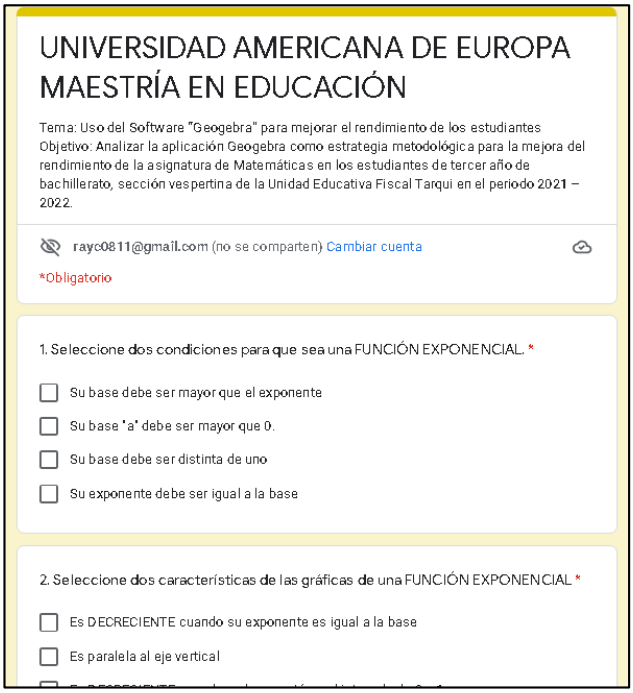
*Obligatorio

1. Valore en qué medida los siguientes motivos son causas que prevalecen para que una clase de Matemáticas no le guste. *

	Totalmente en desacuerdo	En desacuerdo	Normal	De acuerdo	Totalmente de acuerdo
Usa mucho la pizarra	○	○	○	○	○
Sólo habla el docente	○	○	○	○	○
El docente no hace participar a los estudiantes	○	○	○	○	○

Nota. Tomado del formulario Google: https://forms.gle/aArLQ3F2BSXTZWs9A

Apéndice B. Test Inicial a estudiantes



UNIVERSIDAD AMERICANA DE EUROPA
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

Tema: Uso del Software "Geogebra" para mejorar el rendimiento de los estudiantes
Objetivo: Analizar la aplicación Geogebra como estrategia metodológica para la mejora del rendimiento de la asignatura de Matemáticas en los estudiantes de tercer año de bachillerato, sección vespertina de la Unidad Educativa Fiscal Tarqui en el periodo 2021 – 2022.

rayc0811@gmail.com (no se comparten) Cambiar cuenta

*Obligatorio

1. Seleccione dos condiciones para que sea una FUNCIÓN EXPONENCIAL. *

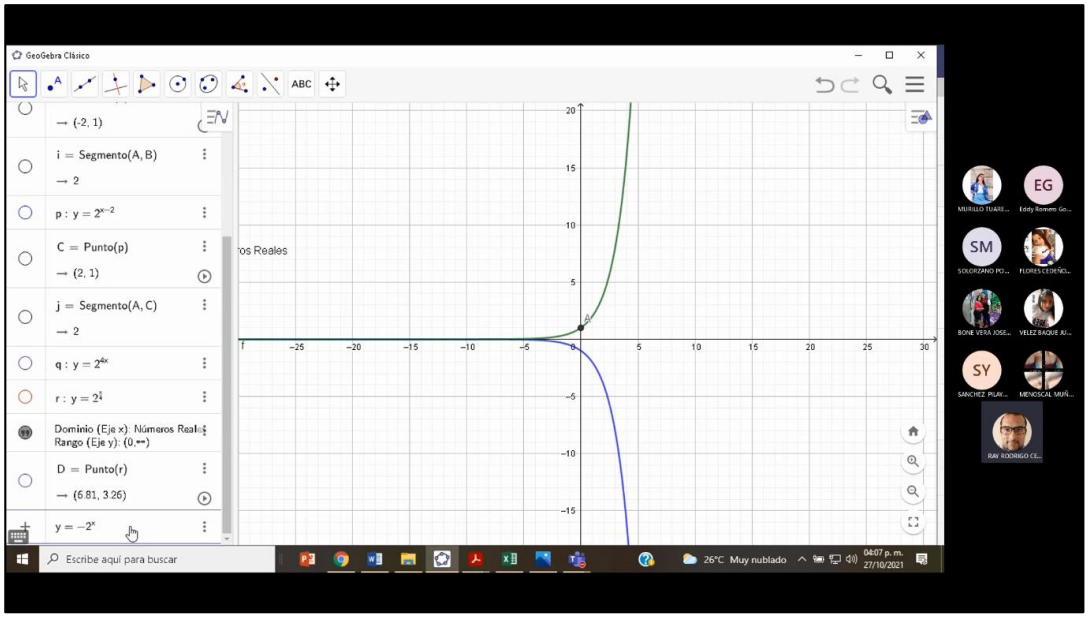
- ☐ Su base debe ser mayor que el exponente
- ☐ Su base "a" debe ser mayor que 0.
- ☐ Su base debe ser distinta de uno
- ☐ Su exponente debe ser igual a la base

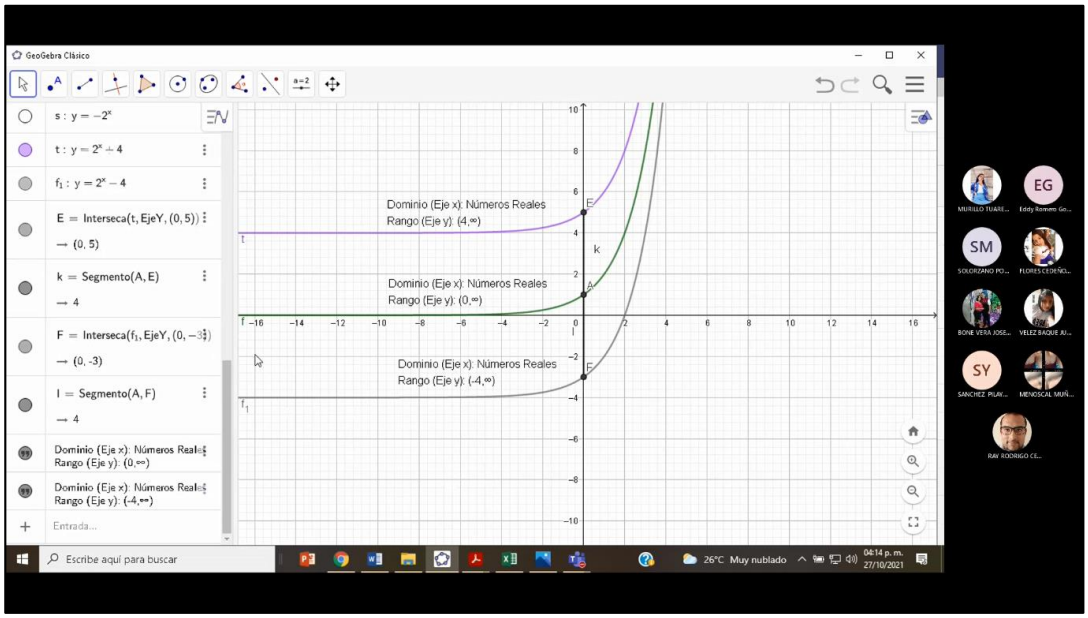
2. Seleccione dos características de las gráficas de una FUNCIÓN EXPONENCIAL *

- ☐ Es DECRECIENTE cuando su exponente es igual a la base
- ☐ Es paralela al eje vertical

Nota. Tomado del formulario Google*: https://forms.gle/vYrAxvLQvnrWaMxB8*

Apéndice C. Clase virtual con uso de GeoGebra

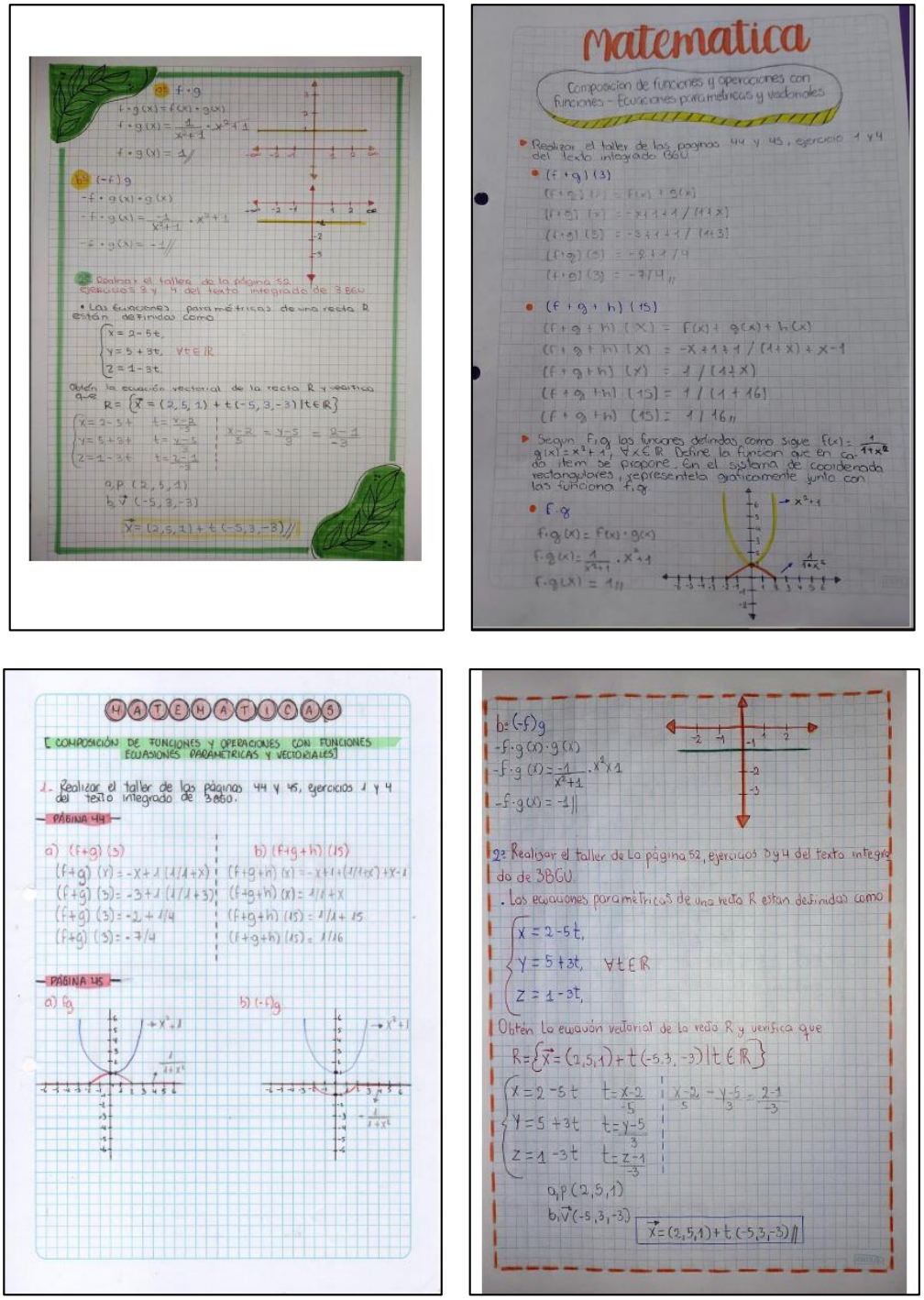




Nota. Tomado de la clase virtual impartida a los estudiantes de bachillerato, enlace

https://estudiantemecec2.sharepoint.com/sites/3CVESP.MATEMTICAS/Documentos%20compartidos/General/Recordings/MATEMATICAS%203_C-D-E_-20211027_160321-Grabaci%C3%B3n%20de%20la%20reuni%C3%B3n.mp4?web=1

Apéndice D. Test Final a estudiantes



Nota. Actividades realizadas por los estudiantes.